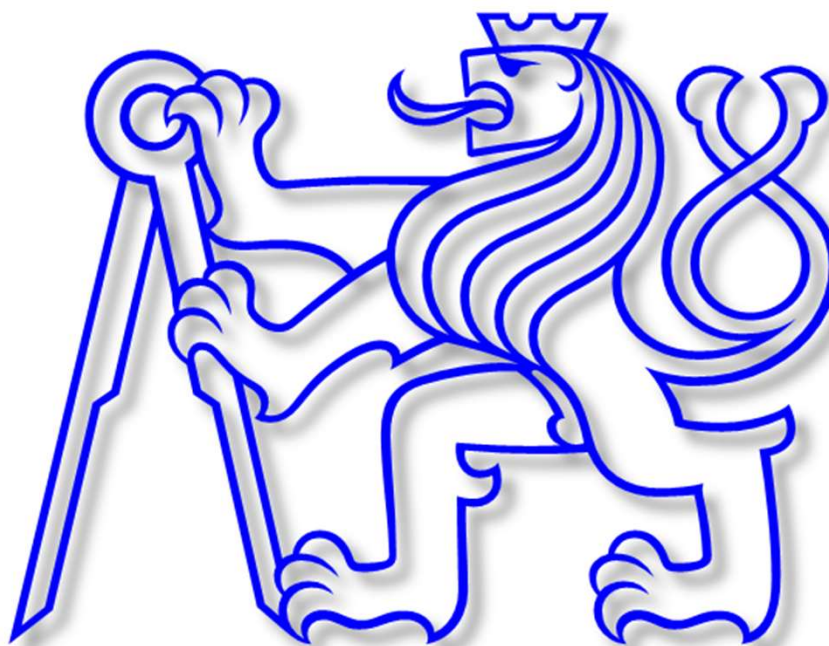


Předmět: D32Ex2

Fyzikální modely, modelová podobnost



prof. Ing. Michal POLÁK, CSc.

Fakulta stavební, ČVUT v Praze

© 2004 - 2025

Fyzikální model – modelová podobnost

Fyzikální model:

- Hmotný a reálný objekt sestavený na
 - shodném fyzikálním principu,
 - na analogickém fyzikálním principu.
- **Fyzikální mechanický model**
 - jeho deformace, mechanické napětí atd.
 - odpovídají (jsou podobné) deformacím a mechanickým napětím na reálné konstrukci.
- Požadavky na vlastnosti a měřítko modelu
 - → Zákony modelové podobnosti,
 - Složitější případy → Dimenzionální analýza

Fyzikální model – modelová podobnost

Zákony modelové podobnosti

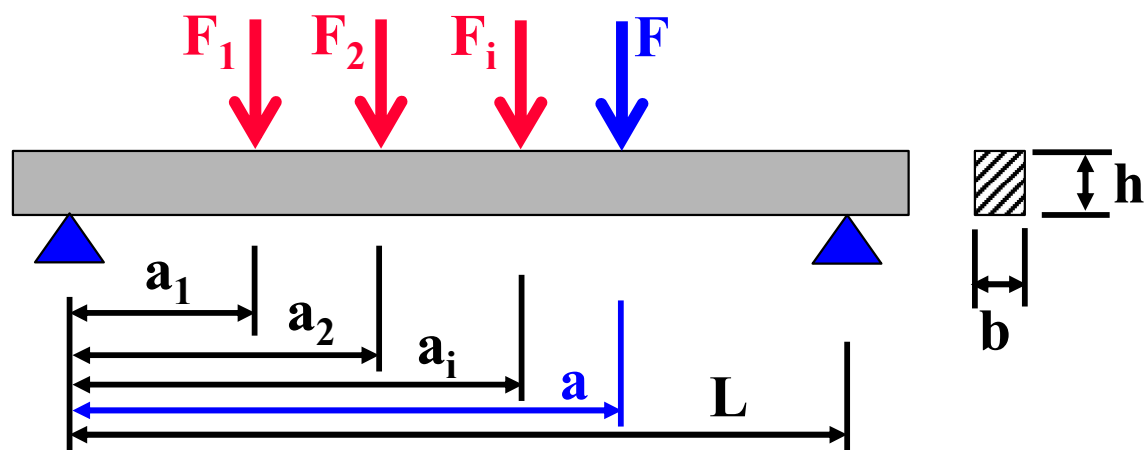
- Dva děje si jsou podobné, když sobě si odpovídající fyzikální veličiny obou dějů jsou v **konstantním poměru**.

Modelová podobnost prutových konstrukcí kloubově uložených nebo dokonale vetknutých

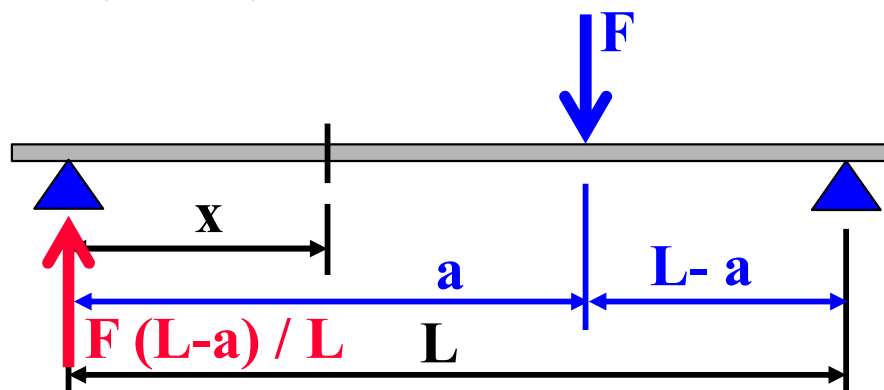
- Typy zatížení
 - osamělé břemeno,
 - spojitě zatížení,
 - vlastní tíha.

Modelová podobnost prutových konstrukcí

Soustava osamělých břemen



Ohybový moment $M(x)$ od F

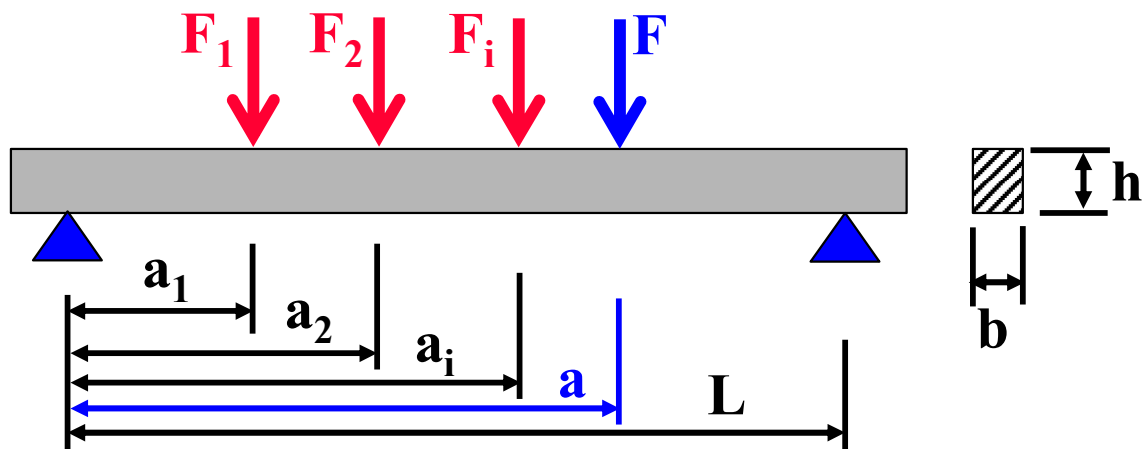


$$M(x) = F \frac{L-a}{L} x = F x \left(1 - \frac{a}{L}\right)$$

$$M(x) = F x \left(1 - \frac{a}{L}\right) = F (c_1 L) \left(1 - \frac{c_2 L}{L}\right) = F L c_1 (1 - c_2) = C F L$$

Modelová podobnost prutových konstrukcí

M(x) od soustavy osamělých břemen



$$M(x) = C F L + C_1 F_1 L + C_2 F_2 L + \dots$$

$$F_1 = p_1 F \quad F_2 = p_2 F$$

$$M(x) = F L (C + C_1 p_1 + C_2 p_2 + \dots) = F L D$$

D – konst. shodná pro model i reálnou konstrukci

Napětí $\sigma(x)$ od soustavy osamělých břemen:

$$\sigma(x) = \frac{M(x)}{W} = \frac{F L D}{W} = \frac{F L D}{\frac{b h^2}{6}} = \frac{6 F L D}{b h^2}$$

Modelová podobnost prutových konstrukcí

Měřítko fyzikálních veličin

měřítko sil :

$$F_P = \frac{F_R}{F_M} = \frac{F_{1,R}}{F_{1,M}} = \frac{F_{2,R}}{F_{2,M}} = \dots$$

měřítko rozpětí :

$$L_P = \frac{L_R}{L_M}$$

měřítko výšky průřezu :

$$h_P = \frac{h_R}{h_M}$$

měřítko šířky průřezu :

$$b_P = \frac{b_R}{b_M}$$

měřítko modulu pružnosti:

$$E_P = \frac{E_R}{E_M}$$

$$F_P = \frac{F_R}{F_M} \Rightarrow F_R = F_M F_P$$

$$L_P = \frac{L_R}{L_M} \Rightarrow L_R = L_M L_P$$

Model:

$$M_M = F_M L_M D$$

Reálná konstrukce:

$$M_R = F_R L_R D$$

$$M_R = F_R L_R D = (F_M F_P)(L_M L_P) D = F_M L_M D F_P L_P = M_M F_P L_P$$

Modelová podobnost prutových konstrukcí

Převedení výsledku z fyzikálního modelu na reálnou konstrukci:

$$M_R = F_M L_M D F_P L_P = M_M F_P L_P$$

- Pokud je dodrženo, že D je shodné
 - na fyzikálním modelu
 - i na reálné konstrukci
- nemusí se D vyčíslovat !!!
- Je-li experimentálně určen výsledek na fyzikálním modelu,
- lze jej přetransformovat na výsledek platící na reálné konstrukci.

$$M_M \Rightarrow M_R = M_M F_P L_P$$

Modelová podobnost prutových konstrukcí

Vztahy pro napětí σ_R , poměrnou deformaci ε_R
a průhyb w_R

$$\sigma = \frac{6 F L D}{b h^2} = \frac{F L D^*}{b h^2}$$

Model:

$$\sigma_M = \frac{F_M L_M D^*}{b_M h_M^2}$$

Reálná konstrukce:

$$\sigma_R = \frac{F_R L_R D^*}{b_R h_R^2}$$

$$\sigma_R = \frac{F_M F_P L_M L_P D^*}{b_M b_P h_M^2 h_P^2} = \frac{F_M L_M D^*}{b_M h_M^2} \frac{F_P L_P}{b_P h_P^2} = \sigma_M \frac{F_P L_P}{b_P h_P^2}$$

$$\varepsilon_R = \frac{\sigma_R}{E_R} = \frac{\sigma_M}{E_M E_P} \frac{F_P L_P}{b_P h_P^2} = \frac{\sigma_M}{E_M} \frac{F_P L_P}{E_P b_P h_P^2} = \varepsilon_M \frac{F_P L_P}{E_P b_P h_P^2}$$

$$w_R = K \frac{F_R L_R^3}{E_R I_R} = K \frac{F_R L_R^3}{E_R \frac{1}{12} b_R h_R^3} = K \frac{F_M F_P L_M^3 L_P^3}{E_M E_P \frac{1}{12} b_M b_P h_M^3 h_P^3} \Rightarrow w_R = w_M \frac{F_P L_P^3}{E_P b_P h_P^3}$$

Modelová podobnost prutových konstrukcí

Některá měřítká je vhodné volit shodně

- Např. $L_P = b_P = h_P = K_P$
- Lepší vystižení **vedlejších vlivů**
- Vliv přetvárné práce smykových napětí na deformace

$$\sigma_R = \sigma_M \frac{F_P L_P}{b_P h_P^2} = \sigma_M \frac{F_P K_P}{K_P K_P^2} = \sigma_M \frac{F_P}{K_P^2}$$

$$\varepsilon_R = \varepsilon_M \frac{F_P L_P}{E_P b_P h_P^2} = \varepsilon_M \frac{F_P K_P}{E_P K_P K_P^2} = \varepsilon_M \frac{F_P}{E_P K_P^2}$$

$$w_R = w_M \frac{F_P L_P^3}{E_P b_P h_P^3} = w_M \frac{F_P K_P^3}{E_P K_P K_P^3} = w_M \frac{F_P}{E_P K_P}$$

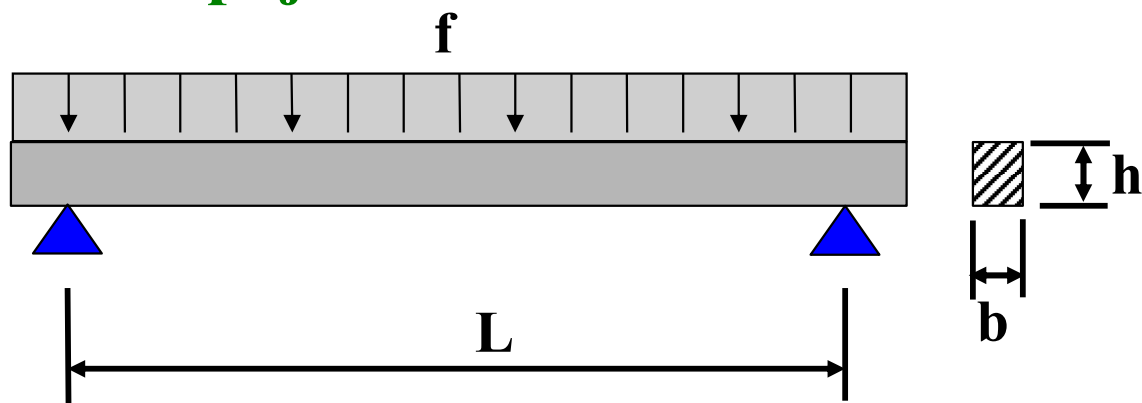
Modelová podobnost prutových konstrukcí

Volba měřítek je omezena pouze požadavky

- Shodný charakter **reálné** konstrukce a jejího **fyzikálního** modelu.
- Předpoklad platnosti Navierovy hypotézy pro **reálnou** konstrukci i **fyzikální** model.
- Velikost měřítka sil F_p musí vyhovovat podmínce, aby nebyla překročena mez úměrnosti.

Modelová podobnost prutových konstrukcí

Vliv spojitého zatížení



měřítko spojitého zatížení : $f_P = \frac{f_R}{f_M} \Rightarrow f_R = f_M f_P$

$$M_R = M_M f_P L_P^2 \quad \left(M_{\text{EXT}} = \frac{1}{8} f L^2 \right)$$

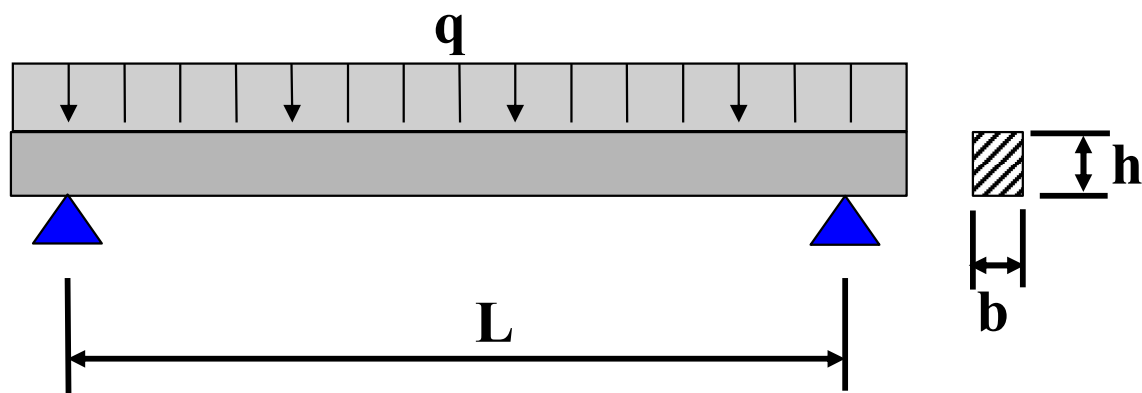
$$\sigma_R = \sigma_M \frac{f_P L_P^2}{b_P h_P^2} \quad \left(\sigma = \frac{M}{W} \quad W = \frac{1}{6} b h^2 \right)$$

$$\varepsilon_R = \varepsilon_M \frac{f_P L_P^2}{E_P b_P h_P^2} \quad \left(\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \right)$$

$$w_R = w_M \frac{f_P L_P^4}{E_P b_P h_P^3} \quad \left(w_{\text{EXT}} = \frac{5}{384} \frac{f L^4}{E I} \quad I = \frac{1}{12} b h^3 \right)$$

Modelová podobnost prutových konstrukcí

Vliv zatížení vlastní tíhou



měřítko objemové tíhy :

$$\gamma_P = \frac{\gamma_R}{\gamma_M} \quad \Rightarrow \quad \gamma_R = \gamma_M \gamma_P$$

měřítko vlastní tíhy : $q = b h \gamma \quad \Rightarrow \quad q_R = b_R h_R \gamma_R \quad q_M = b_M h_M \gamma_M$

$$q_P = \frac{q_R}{q_M} = \frac{b_R h_R \gamma_R}{b_M h_M \gamma_M} = b_P h_P \gamma_P$$

$$M_R = M_M f_P L_P^2 = M_M b_P h_P \gamma_P L_P^2$$

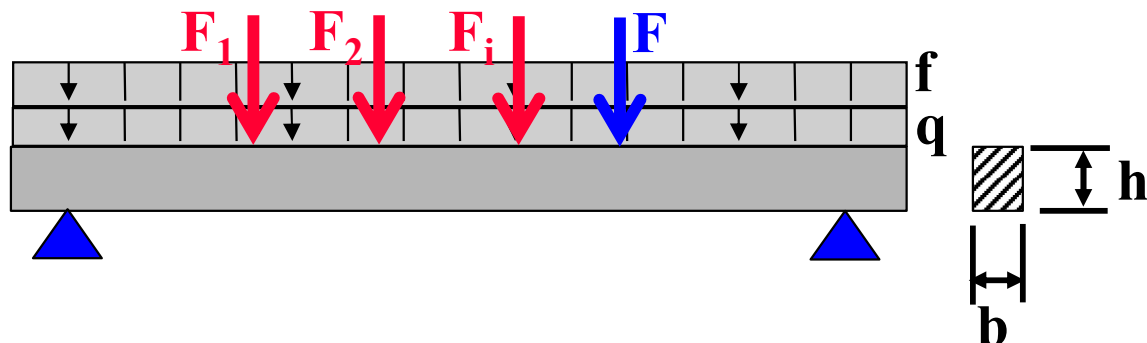
$$\sigma_R = \sigma_M \frac{f_P L_P^2}{b_P h_P^2} = \sigma_M \frac{b_P h_P \gamma_P L_P^2}{b_P h_P^2}$$

$$\varepsilon_R = \varepsilon_M \frac{f_P L_P^2}{E_P b_P h_P^2} = \varepsilon_M \frac{b_P h_P \gamma_P L_P^2}{E_P b_P h_P^2}$$

$$w_R = w_M \frac{f_P L_P^4}{E_P b_P h_P^3} = w_M \frac{b_P h_P \gamma_P L_P^4}{E_P b_P h_P^3}$$

Modelová podobnost prutových konstrukcí

Současné zatížení F , f a q



- Lze řešit oddělenými experimenty pro F a f a q
- Současné řešení při jediném experimentu:
 - Měřítko F_P , f_P a γ_P nelze volit libovolně, musí být navzájem závislá
 - Základní měřítko F_P (měřítko sil)

$$\Rightarrow f_P = \frac{F_P}{L_P} \quad \left(Q = f L \Rightarrow f = \frac{Q}{L} \right)$$

$$\Rightarrow \gamma_P = \frac{F_P}{L_P b_P h_P} \quad \left(Q = b h \gamma L \Rightarrow \gamma = \frac{Q}{L b h} \right)$$

Modelová podobnost prutových konstrukcí

Současné zatížení F , f a q

Pro spojitě zatížení potom platí :

$$\Rightarrow f_p = \frac{F_p}{L_p}$$

$$M_R = M_M f_p L_p^2 = M_M \frac{F_p}{L_p} L_p^2 = M_M F_p L_p \quad \Leftarrow \text{vztah pro } F$$

Pro spojitě zatížení vlastní tíhou potom platí :

$$\Rightarrow \gamma_p = \frac{F_p}{L_p b_p h_p}$$

$$M_R = M_M b_p h_p \gamma_p L_p^2 = M_M b_p h_p \frac{F_p}{b_p h_p L_p} L_p^2 = M_M F_p L_p \quad \Leftarrow \text{vztah pro } F$$

M_R , σ_R , ε_R , w_R se pak určí podle vztahů pro F

Modelová podobnost prutových konstrukcí

Současné zatížení F , f a q - problém

Pro fyzikální model větší konstrukce :

$$L_P = b_P = h_P = 20 \quad (L_R = 100 \text{ m} \Rightarrow L_M = 5 \text{ m})$$

$$F_P = 100 \quad (F_R = 10 \text{ MN} \Rightarrow F_M = 100 \text{ kN})$$

$$\Rightarrow \gamma_P = \frac{F_P}{L_P b_P h_P} = \frac{100}{20 \cdot 20 \cdot 20} = \frac{100}{8000} = \frac{1}{80} = 0.0125$$

$$\gamma_P = \frac{\gamma_R}{\gamma_M} \Rightarrow \gamma_M = \frac{\gamma_R}{\gamma_P} = 80 \gamma_R \quad \gamma_M = \frac{\gamma_R}{\gamma_P} = 80 \cdot \gamma_R = 80 \cdot 2500 \cdot 9.81 = 200\,000 \cdot 9.81$$

To je nereálné!!!

Modelová podobnost prutových konstrukcí

Současné zatížení F , f a q - problém

Pro **fyzikální** model větší betonové konstrukce, který je vyrobený z oceli :

$$L_P = b_P = h_P = 20 \quad (L_R = 100 \text{ m} \Rightarrow L_M = 5 \text{ m})$$

$$\gamma_P = \frac{\gamma_R}{\gamma_M} = \frac{2500 \cdot g}{7850 \cdot g} \cong 0,32 \cong \frac{1}{3}$$

Měřítka F_P je pak pevně dáno:

$$\gamma_P = \frac{F_P}{L_P b_P h_P} \Rightarrow F_P = \gamma_P L_P b_P h_P \cong \frac{1}{3} \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 = 2\,666.7$$

$$F_P = 2\,666.7 \Rightarrow F_R = 10 \text{ MN} \Rightarrow F_M = 3.75 \text{ kN}$$

Modelová podobnost prutových konstrukcí

Současné zatížení F , f a q - problém

Pro **fyzikální** model menší konstrukce :

$$L_R = 10\text{ m} \Rightarrow L_M = 2.5\text{ m} \Rightarrow L_P = \frac{L_R}{L_M} = \frac{10}{2.5} = 4$$

$$L_P = b_P = h_P = 4$$

stejný materiál $\Rightarrow \gamma_P = 1$

Měřítka sil je pevně dáno!!!

$$\gamma_P = \frac{F_P}{L_P b_P h_P} \Rightarrow F_P = \gamma_P L_P b_P h_P = 1 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

$$F_P = \frac{F_R}{F_M} = 64 \Rightarrow F_M = \frac{F_R}{F_P} = \frac{F_R}{64}$$

Modelová podobnost složitějších konstrukcí a jevů

Dimenzionální analýza mechanických modelů:

- **Základní rozměry:**
 - **Hmota** → označení **M**
 - **Délka** → označení **L**
 - **Čas** → označení **T**
- **Rozměry ostatních mechanických veličin lze vyjádřit v závislosti na základních rozměrech:**
 - **Plocha** → L^2
 - **Objem** → L^3
 - **Síla** → $M L T^{-2}$ $\Rightarrow F = m \cdot a \Rightarrow [kg] \left[\frac{m}{s^2} \right]$
 - **Napětí** → $M L^{-1} T^{-2}$ $\Rightarrow \sigma = \frac{F}{A} \Rightarrow [kg] \left[\frac{m}{s^2} \right] \left[\frac{1}{m^2} \right]$
 - **E** → $M L^{-1} T^{-2}$
 - ε → **1**
 - **I** → L^4

Modelová podobnost složitějších konstrukcí

Dimenzionální matice:

- Dimenzionální matice proměnných ovlivňujících zkoumaný jev $x_1, x_2, \dots, x_n$:

$$\Rightarrow x_i = M^{a_i} \cdot L^{b_i} \cdot T^{c_i}$$

	x_1	x_2	$\dots$	x_i	$\dots$	x_n
M	a_1	a_2	$\dots$	a_i	$\dots$	a_n
L	b_1	b_2	$\dots$	b_i	$\dots$	b_n
T	c_1	c_2	$\dots$	c_i	$\dots$	c_n

- Dimenzionální matice proměnných L, A, ε, F, E :

	L	A	ε	F	E	$M L T^{-2}$		L	A	ε	F	E
M	0	0	0	1	1	$M L^{-1} T^{-2}$	M	0	0	0	1	1
L	1	2	0	1	-1		L	1	2	0	1	-1
T	0	0	0	-2	-2		T	0	0	0	-2	-2

Hodnost této dimenzionální matice
 $r = 2$

$$\Rightarrow |D| = 1 \cdot (-1) - 1 \cdot 1 = -2$$

Modelová podobnost složitějších konstrukcí

Bezrozměrné součiny:

- Pro proměnné

L, A, ε, F, E :

- Je možné sestavit nekonečně mnoho součinů:

$$\Rightarrow \mu_1 = L \cdot A^3 \cdot F^2 \cdot E \quad \Rightarrow \mu_2 = \varepsilon \cdot A \quad \Rightarrow \mu_3 = A \cdot L^3 \quad \dots$$

- Obecný součin μ pro proměnné L, A, ε, F, E

$$\Rightarrow \mu = L^{k_1} \cdot A^{k_2} \cdot \varepsilon^{k_3} \cdot F^{k_4} \cdot E^{k_5}$$

- A jeho rozměr

$$(L)^{k_1} \cdot (L^2)^{k_2} \cdot (1)^{k_3} \cdot (M \cdot L \cdot T^{-2})^{k_4} \cdot (M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2})^{k_5} = M^{k_4+k_5} \cdot L^{k_1+2k_2+k_4-k_5} \cdot T^{-2k_4-2k_5}$$

- Bezrozměrný součin $\pi \rightarrow$ exponenty nulové

$$k_4 + k_5 = 0$$

$$k_1 + 2k_2 + k_4 - k_5 = 0$$

$$-2k_4 - 2k_5 = 0$$

- Čtyři mocnité $k_1, k_2, k_4, k_5 \rightarrow$ tři podmínky
 $\rightarrow$ nekonečně mnoho řešení

Modelová podobnost složitějších konstrukcí

Úplná soustava bezrozměrných součinů:

- **Příklady bezrozměrných součinů**

$$M^{k_4+k_5} \cdot L^{k_1+2k_2+k_4-k_5} \cdot T^{-2k_4-2k_5}$$

$$\pi_1 = A \cdot L^{-2} \Rightarrow (L)^2 \cdot (L)^{-2} \Rightarrow \mu = L^{k_1} \cdot A^{k_2} \cdot \varepsilon^{k_3} \cdot F^{k_4} \cdot E^{k_5} \quad k_1 + 2k_2 + k_4 - k_5 = 0$$

$$\pi_2 = F^{-1} \cdot E \cdot L^2 \Rightarrow (M \cdot L \cdot T^{-2})^{-1} \cdot (M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}) \cdot (L)^2 \quad (-2) + 2 \cdot (+1) + 0 - 0 = 0$$

$$\pi_3 = F^{-1} \cdot E \cdot A \Rightarrow (M \cdot L \cdot T^{-2})^{-1} \cdot (M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}) \cdot (L)^2$$

$$\pi_4 = A^2 \cdot L^{-4} \Rightarrow (L^2)^2 \cdot (L)^{-4}$$

- **Kombinace** bezrozměrných součinů $\rightarrow$ bezrozměrný součin:

$$\pi_3 = \pi_1 \cdot \pi_2 \quad \pi_4 = \pi_1^2$$

- **Soustava bezrozměrných součinů je úplná**, pokud každý součin soustavy je **nezávislý** na jiném součinu.

$$s = n - r \Rightarrow s = 5 - 2 = 3 \quad n \Rightarrow L, A, \varepsilon, F, E \quad r \Rightarrow \text{hodnost dim. matice}$$

$$\pi_1 = A \cdot L^{-2} \quad \pi_2 = F^{-1} \cdot E \cdot L^2 \quad \pi_3 = \varepsilon$$

Modelová podobnost složitějších konstrukcí

Úplná modelová podobnost:

- Úplná modelová podobnost mezi dvěma jevy existuje tehdy a jen tehdy, pokud numerické hodnoty sobě odpovídajících členů úplných soustav bezrozměrných součinů (skutečné konstrukce a jejího fyzikálního modelu) jsou stejné.
- Rozměrově homogenní rovnici lze převést na vztah mezi členy úplné soustavy bezrozměrných součinů.

Modelová podobnost složitějších konstrukcí

Aplikace dimenzionální analýzy na dokonale pružné staticky zatížené konstrukce:

- Parametry dokonale pružné homogenní a izotropní konstrukce: modul pružnosti E a Poissonova konstanta μ
- Parametry tvaru konstrukce: rozpětí L a poměry ostatních rozměrů kce $r_1, r_2, r_3 \dots$
$$r_1 = \frac{h}{L} \quad r_2 = \frac{b}{L} \quad \dots$$
- Zatížení konstrukce lze rozdělit do pěti skupin:
 - Velikost osamělých břemen $\rightarrow F$ a poměry $p_1, p_2, p_3 \dots$
 - Velikost liniových spojitých zatížení $\rightarrow f$ a poměry $j_1, j_2, j_3 \dots$
 - Velikost plošných spojitých zatížení $\rightarrow m$ a poměry $i_1, i_2, i_3 \dots$
 - Objemové síly (vlastní tíha) $\rightarrow q$ a poměry $s_1, s_2, s_3 \dots$
 - Okrajové deformace $\rightarrow u$ [m] a poměry $v_1, v_2, v_3 \dots$
 - Směry působení zatížení $\rightarrow$ s osou x $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots$
s osou y $\beta_1, \beta_2, \beta_3 \dots$ s osou z $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \dots$

Modelová podobnost složitějších konstrukcí

Aplikace dimenzionální analýzy na dokonale pružné staticky zatížené konstrukce:

● Napětí σ v konstrukci

$$\sigma = f \left(x, y, z, E, \mu, L, r_1, r_2, r_3 \dots F, p_1, p_2, p_3 \dots f, j_1, j_2, j_3 \dots m, i_1, i_2, i_3 \dots \right. \\ \left. q, s_1, s_2, s_3 \dots u, v_1, v_2, v_3 \dots \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots \beta_1, \beta_2, \beta_3 \dots \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \dots \right)$$

● Dimenzionální matice

	σ	x	y	z	E	μ	L	F	f	m	q	u	r_1	r_2		p_1	p_2	
M	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	...	0	0	...
L	-1	1	1	1	-1	0	1	1	0	-1	-2	1	0	0	...	0	0	...
T	-2	0	0	0	-2	0	0	-2	-2	-2	-2	0	0	0	...	0	0	...

	j_1	j_2		i_1	i_2		s_1	s_2		v_1	v_2		α_1	α_2		β_1	β_2		γ_1	γ_2	
...	0	0	...	0	0	...	0	0	...	0	0	...	0	0	...	0	0	...	0	0	...
...	0	0	...	0	0	...	0	0	...	0	0	...	0	0	...	0	0	...	0	0	...
...	0	0	...	0	0	...	0	0	...	0	0	...	0	0	...	0	0	...	0	0	...

Hodnost dimenzionální matice

$$r = 2$$

Úplná soustava bezrozměrných součinů

$$s = n - r \Rightarrow s = n - 2$$

Modelová podobnost složitějších konstrukcí

Aplikace dimenzionální analýzy na dokonale pružné staticky zatížené konstrukce:

- Možná úplná soustava bezrozměrných součinů

$$\frac{\sigma}{E}, \quad \frac{x}{L}, \quad \frac{y}{L}, \quad \frac{z}{L}, \quad \mu, \quad \frac{F}{E L^2}, \quad \frac{f}{E L}, \quad \frac{m}{E}, \quad \frac{q L}{E}, \quad \frac{u}{L},$$

$$r_1, \quad r_2, \quad r_3 \dots p_1, \quad p_2, \quad p_3 \dots j_1, \quad j_2, \quad j_3 \dots i_1, \quad i_2, \quad i_3 \dots s_1, \quad s_2, \quad s_3 \dots$$

$$v_1, \quad v_2, \quad v_3 \dots \alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \alpha_3 \dots \beta_1, \quad \beta_2, \quad \beta_3 \dots \gamma_1, \quad \gamma_2, \quad \gamma_3 \dots$$

- Základní rovnice fyzikálního modelu

$$\frac{\sigma}{E} = f_2 \left(\frac{x}{L}, \frac{y}{L}, \frac{z}{L}, \mu, \frac{F}{E L^2}, \frac{f}{E L}, \frac{m}{E}, \frac{q L}{E}, \frac{u}{L}, r_1, r_2, r_3 \dots p_1, p_2, p_3 \dots j_1, j_2, j_3 \dots \right. \\ \left. i_1, i_2, i_3 \dots s_1, s_2, s_3 \dots u, v_1, v_2, v_3 \dots \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots \beta_1, \beta_2, \beta_3 \dots \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \dots \right)$$

- Pokud vytvoříme fyzikální model

- soustava bezrozměrných součinů ve funkci f_2 shodná s reálnou konstrukcí
- $\rightarrow$ bezrozměrný součin na levé straně shodný na modelu a na reálné konstrukci

Modelová podobnost složitějších konstrukcí

Aplikace dimenzionální analýzy na dokonale pružné staticky zatížené konstrukce:

- Vyhodnocení výsledků

$$\frac{\sigma_R}{E_R} = \frac{\sigma_M}{E_M} \Rightarrow \sigma_R = \sigma_M \frac{E_R}{E_M}$$

$$\frac{\sigma}{E} = f_2 \left(\frac{x}{L}, \frac{y}{L}, \frac{z}{L}, \mu, \frac{F}{EL^2}, \frac{f}{EL}, \frac{m}{E}, \frac{qL}{E}, \frac{u}{L}, r_1, r_2, r_3 \dots p_1, p_2, p_3 \dots j_1, j_2, j_3 \dots \right. \\ \left. i_1, i_2, i_3 \dots s_1, s_2, s_3 \dots u, v_1, v_2, v_3 \dots \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots \beta_1, \beta_2, \beta_3 \dots \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \dots \right)$$

Modelová podobnost složitějších konstrukcí

Aplikace dimenzionální analýzy na dokonale pružné staticky zatížené konstrukce:

- Vyhodnocení výsledků

$$\frac{\sigma_R}{E_R} = \frac{\sigma_M}{E_M} \Rightarrow \sigma_R = \sigma_M \frac{E_R}{E_M}$$

- Na odvozeném modelu

- → teorie 2. řádu → napětí závisí i na deformacích konstrukce

- → geometrická podobnost fyzikálního modelu a reálné konstrukce

- → materiál modelu a materiál reálné konstrukce → shodné μ

- → velikost zatížení (bod., lin., ploš., objem.) dáno

$$\frac{F_M}{E_M L_M^2} = \frac{F_R}{E_R L_R^2} \quad F_M = F_R \frac{E_M}{E_R} \left(\frac{L_M}{L_R} \right)^2 \quad f_M = f_R \frac{E_M L_M}{E_R L_R} \quad m_M = m_R \frac{E_M}{E_R} \quad q_M = q_R \frac{E_M L_R}{E_R L_M}$$

Konec