

Stavební mechanika R1

K132 SMR1

Přednáška č. 3

Reakce složených soustav

Spojitě zatížení

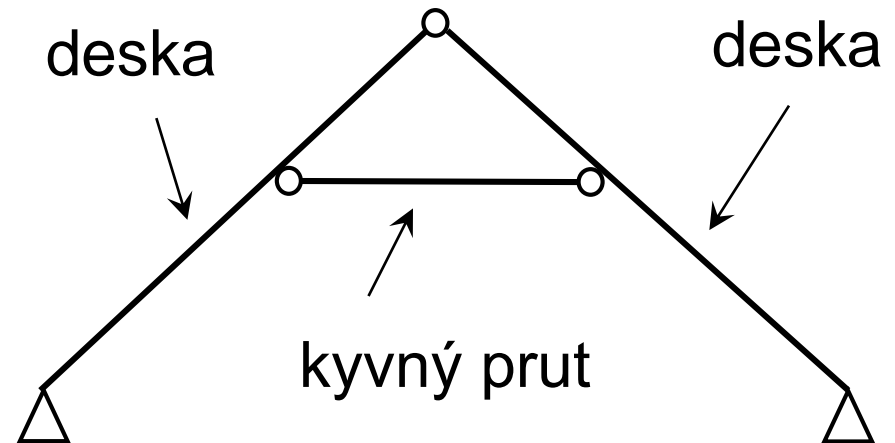
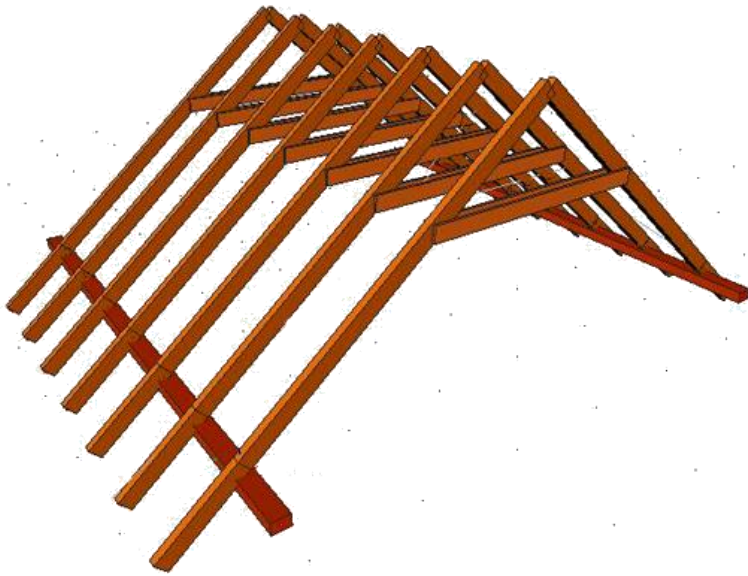
Co nás čeká ve třetí přednášce?

- **Složené soustavy**
 - Vazby
 - Vnější
 - Vnitřní
 - Statická určitost/neurčitost
 - Reakce
- **Spojité zatížení**

Složené soustavy

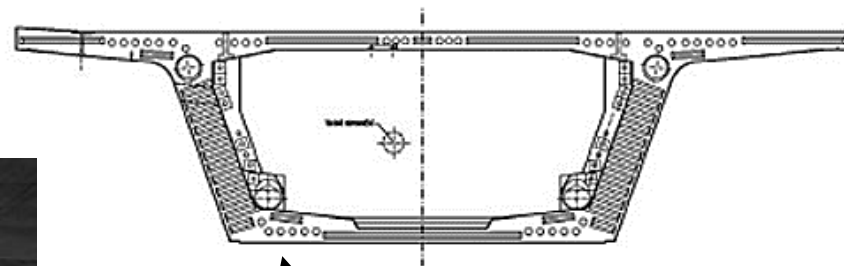
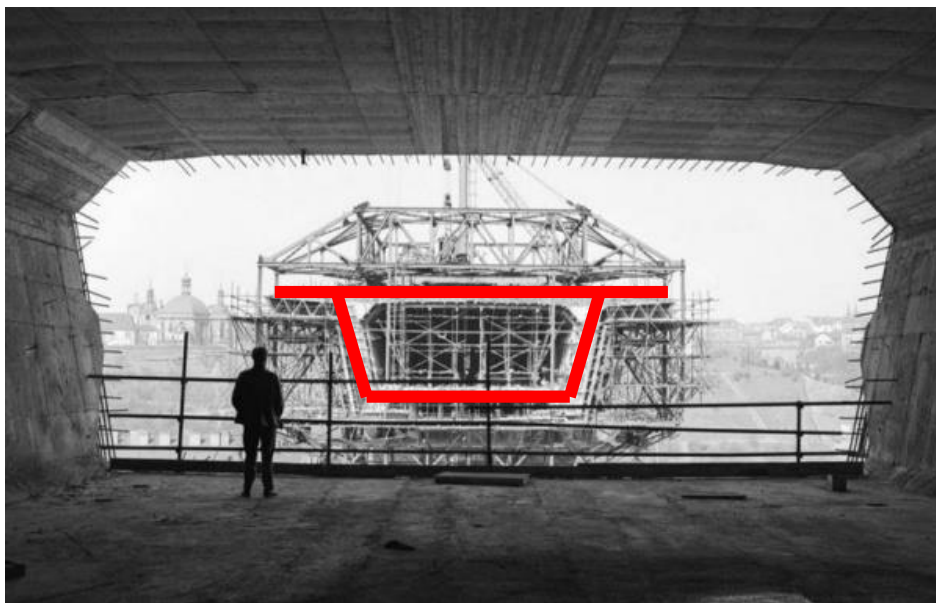
- vznikají spojením jednotlivých konstrukčních prvků (tuhých těles, tuhých desek a hmotných bodů)

Příklad



Vazby složených soustav

- Vazby
 - vnitřní uzavřený rám



vnitřní vazba



Stupně volnosti složených soustav

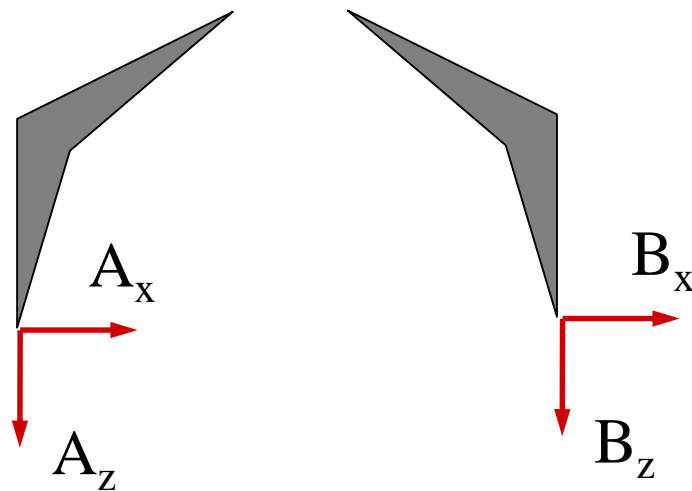
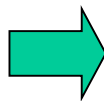
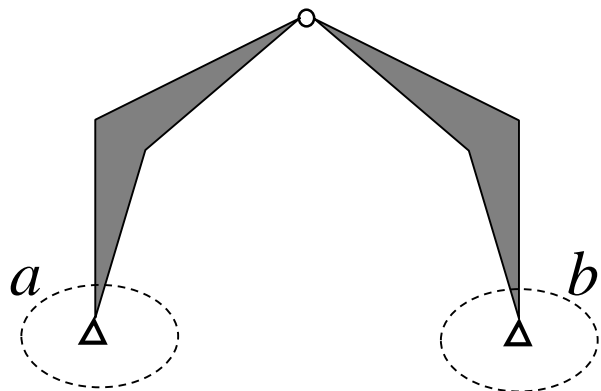
- stupně volnosti soustavy
 - m = součet počtů stupňů volnosti jednotlivých prvků bez vazeb
 - r = součet počtů stupňů volnosti odebraných všemi vazbami
 - $s = m - r$ počet stupňů volnosti soustavy
- statická určitost
 - celková - posuzujeme všechny prvky a všechny vazby (vnější i vnitřní)
 - vnější - posuzujeme jen konstrukci jako celek (rovinná: $m_{\text{vnější}} = 3$, prostorová: $m_{\text{vnější}} = 6$) a vnější vazby

Kinematická/statická určitost

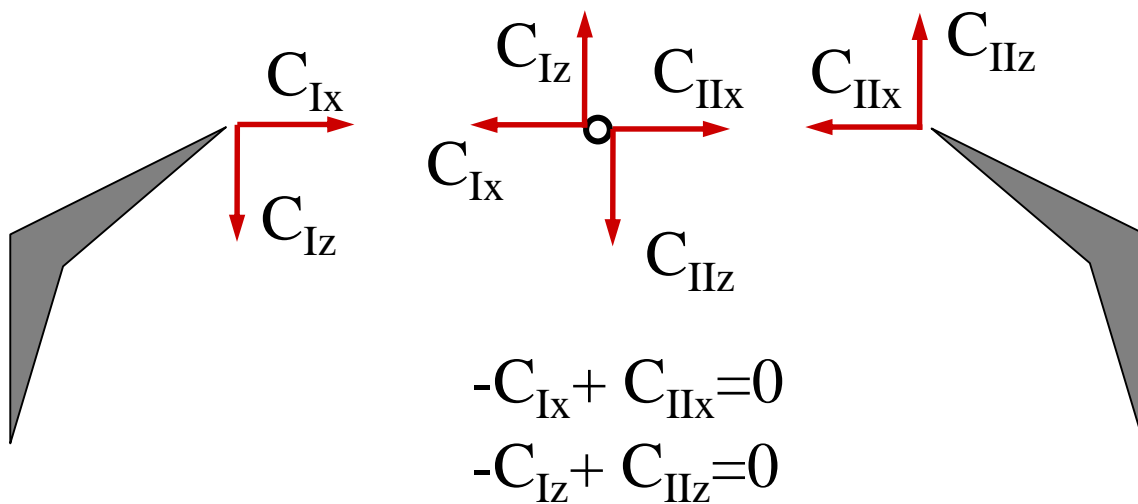
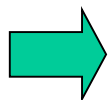
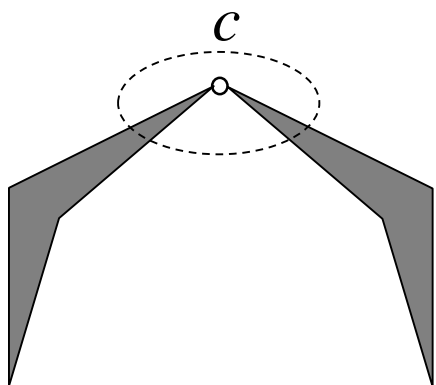
Stupně volnosti	Podpěření staticky	Podpěření kinematicky	Pozn.
$m = r$ a není výjimečný případ	určité	určité	kce. pevně podpěřena
$m < r$ a není výjimečný případ	neurčité	přeurčité	kce. pevně podpěřena
$m > r$ nebo výjimečný případ	přeurčité	neurčité	kce. může smovolně změnit polohu

Reakce složených soustav

- vnější vazby

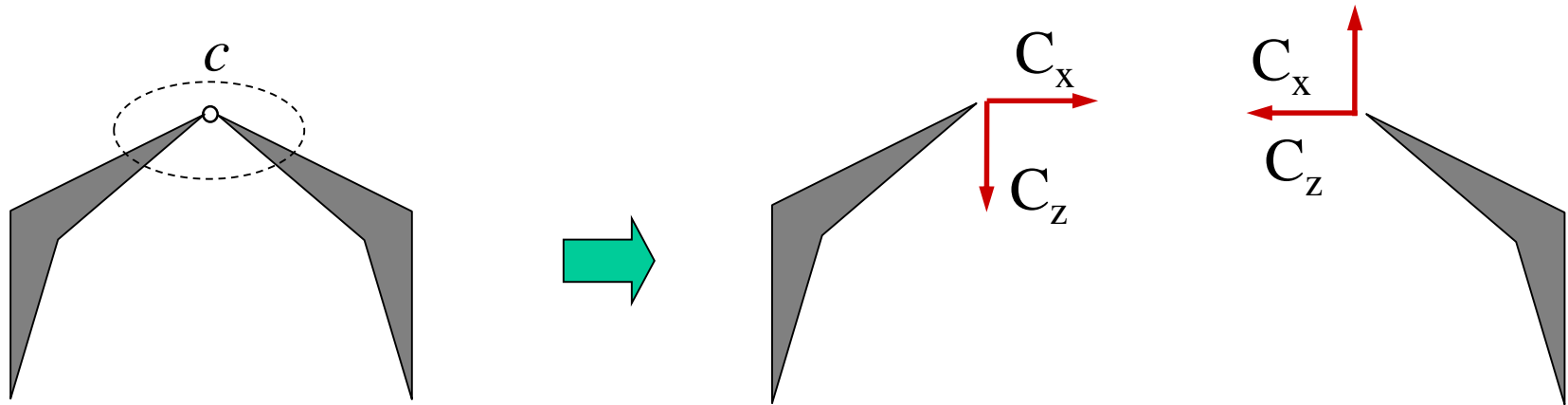


- vnitřní vazby



Reakce složených soustav

- vnitřní vazby (nezávislé složky)

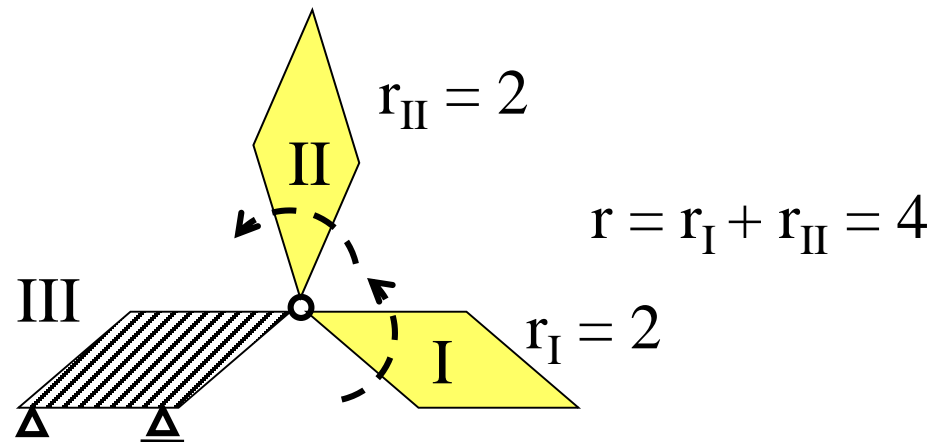


Vícenásobný kloub

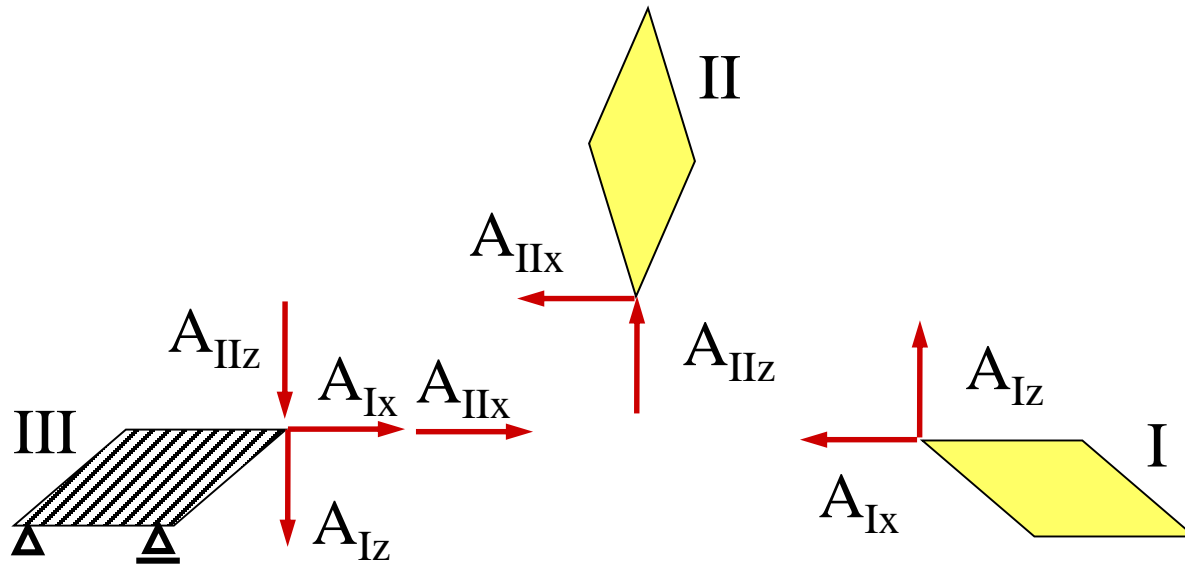
- odebrané stupně volnosti:

$$r = 2(n-1)$$

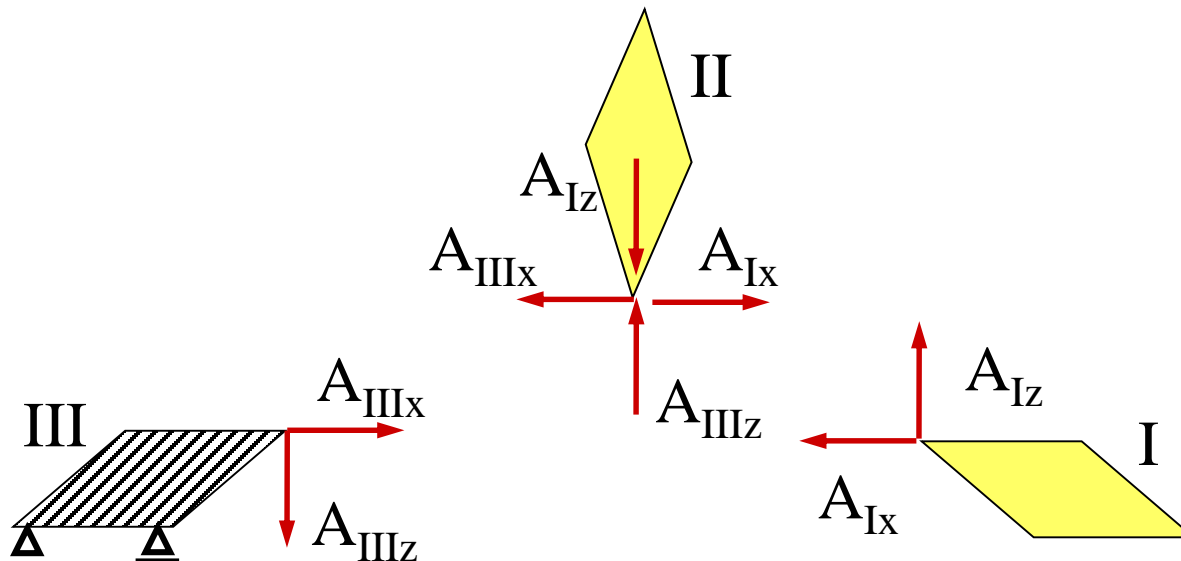
(n připojených desek)



Vícenásobný kloub: Reakce

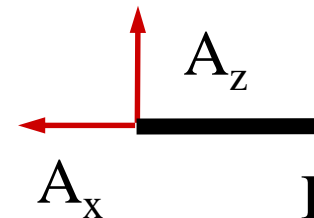
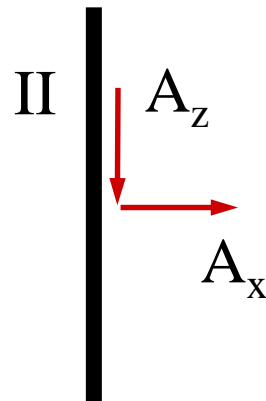
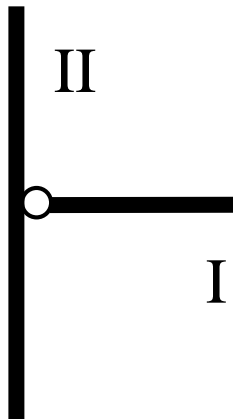


nebo

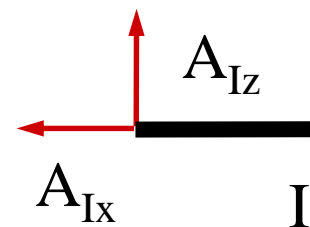
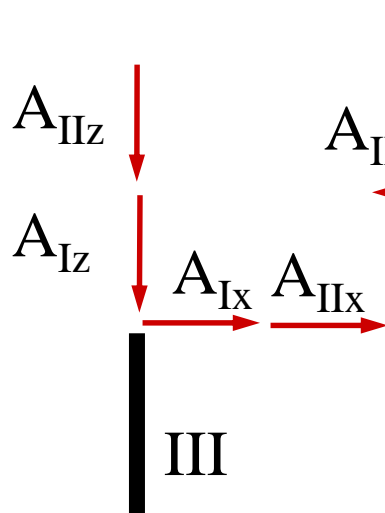
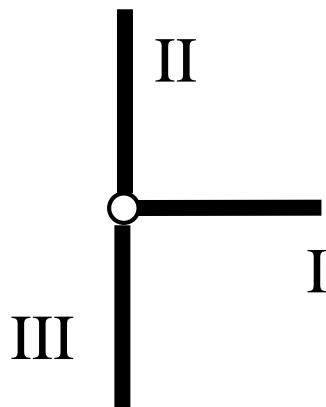


Vícenásobný vs. jednoduchý kloub

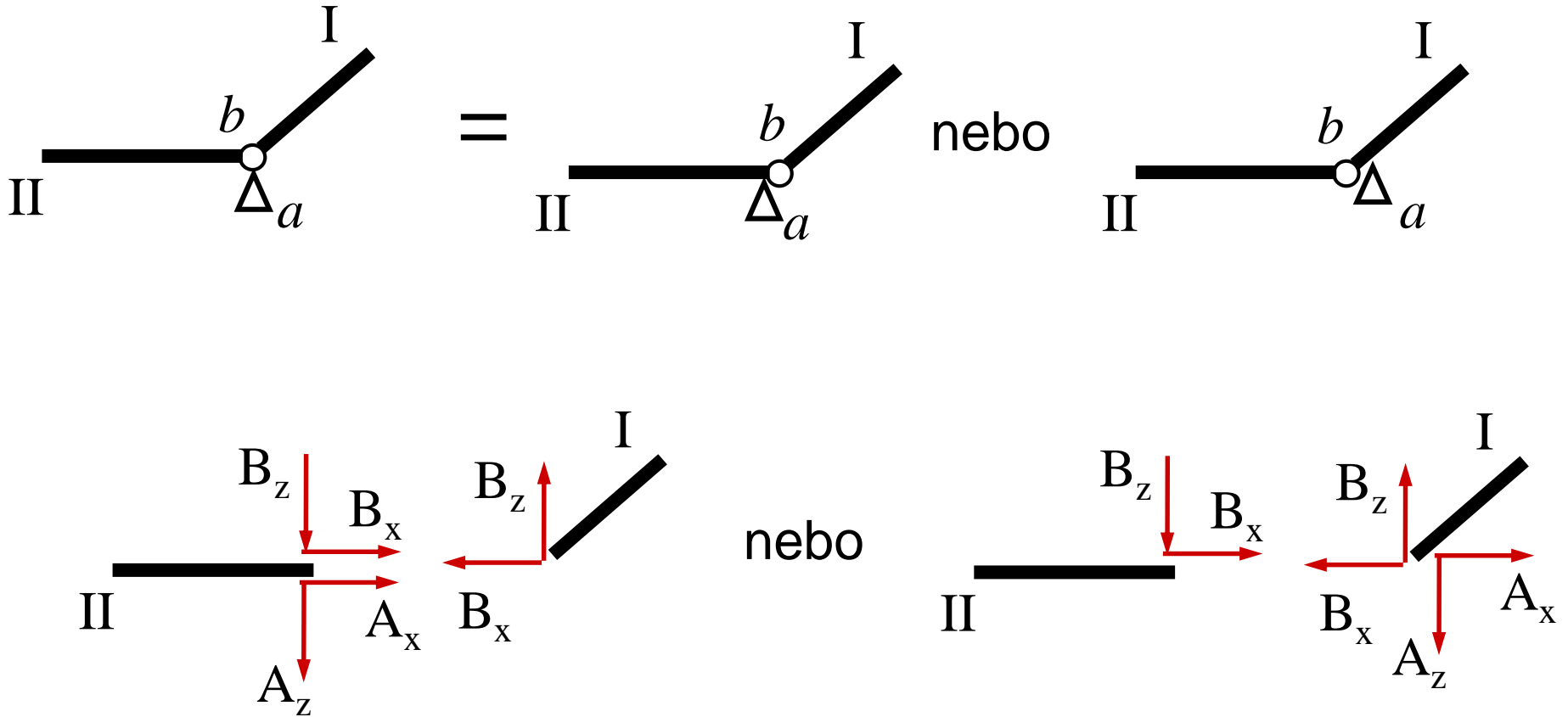
jednoduchý kloub



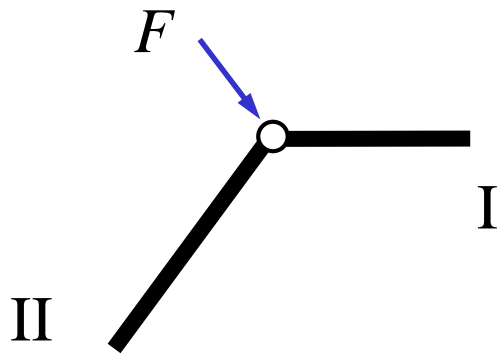
dvojnásobný kloub



Více vazeb v jednom místě



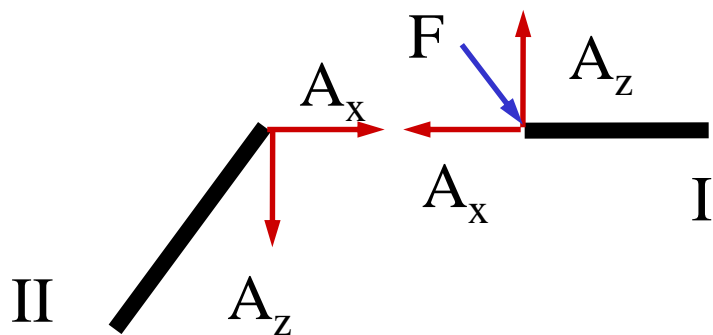
Zatížená vazba



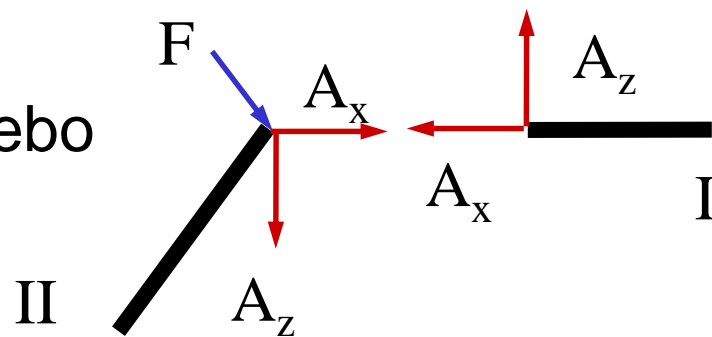
vnější sílu F můžeme přiřadit desce I **nebo** II

pozn.:

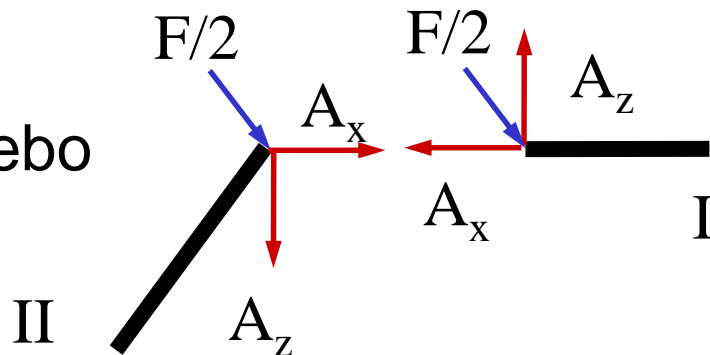
podobně pro moment



nebo



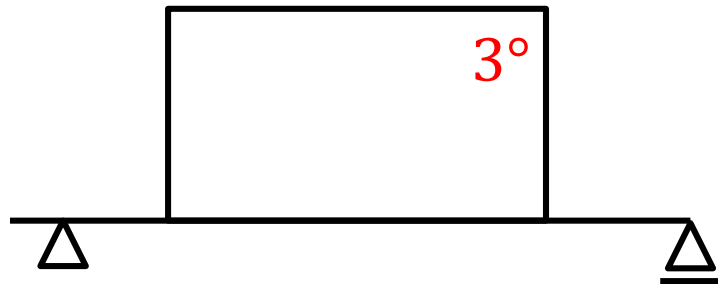
nebo



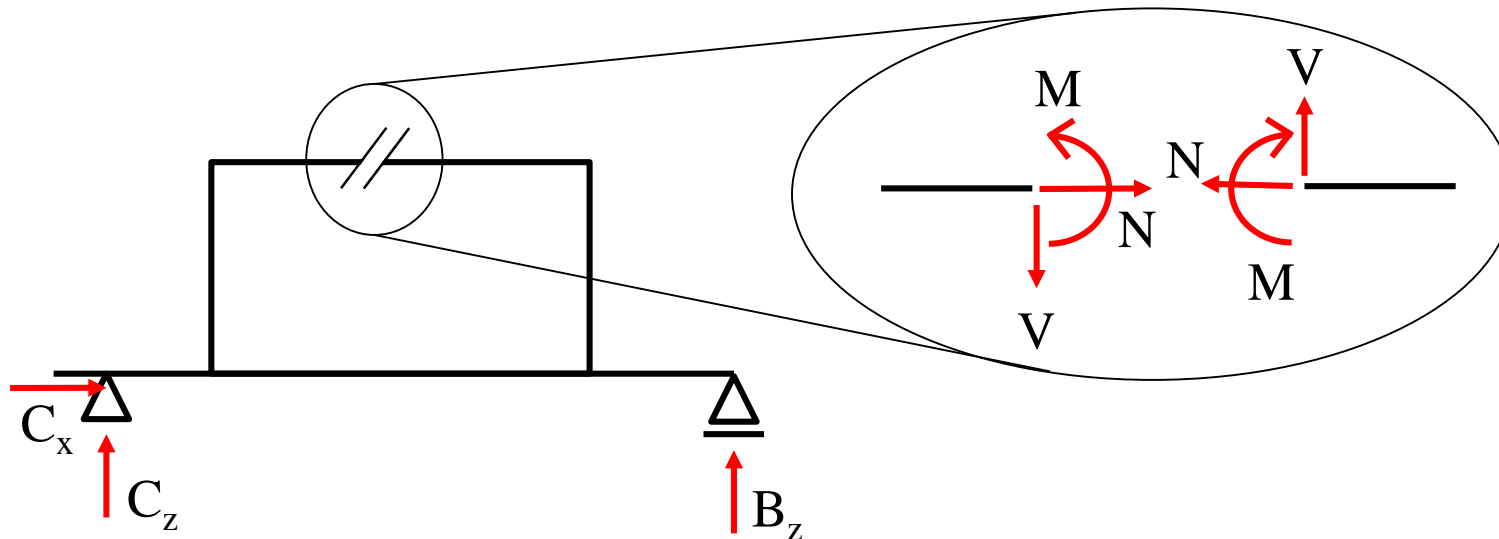
II

Vnitřní uzavřený rám

Určete stupeň statické určitosti a zaveďte vnější i vnitřní reakce

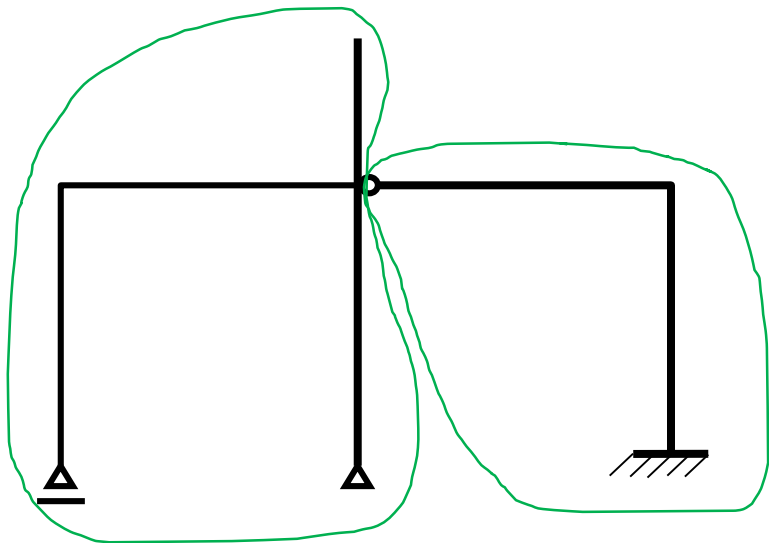


$$s = 1 \cdot 3^\circ - (1^\circ + 2^\circ + 3^\circ) = -3 \text{ x SNK}$$

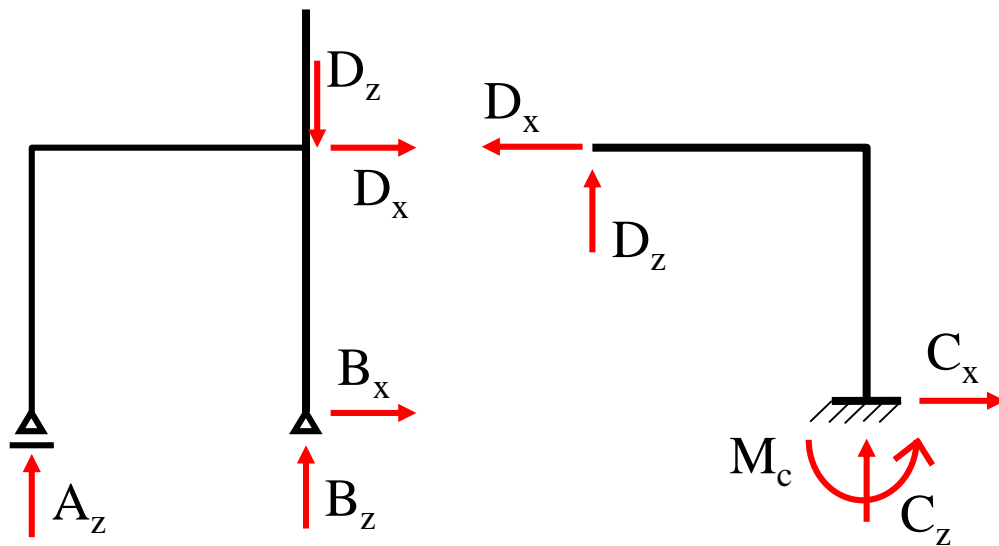


Příklad

Určete stupeň statické určitosti a zaveďte vnější i vnitřní reakce

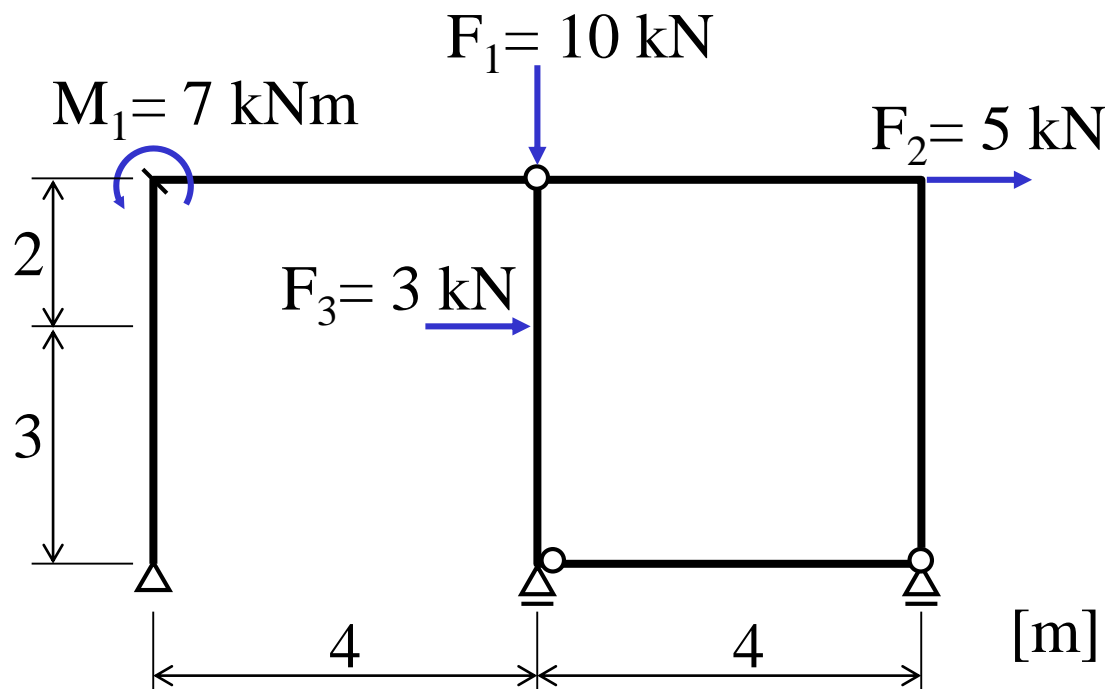


$$s = 2 \cdot 3^{\circ} - (1^{\circ} + 2^{\circ} + 3^{\circ} + 2^{\circ}) = -2 \text{ x SNK}$$

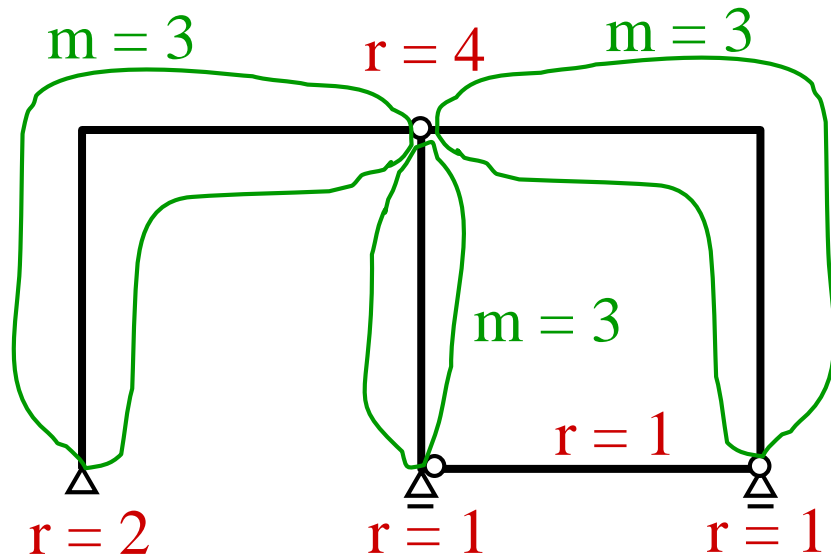


Příklad

Vypočtete vnitřní a vnější reakce rovinné konstrukce



Posouzení statické určitosti

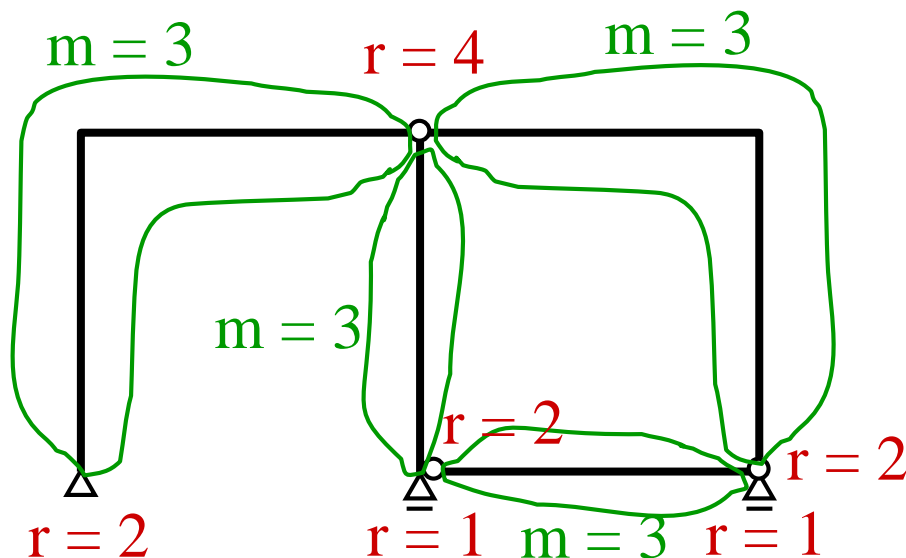


$$m = 3 \times 3 = 9$$

$$r = 3 \times 1 + 2 + 4 = 9$$

$$s = m - r = 0 \text{ SUK}$$

nebo

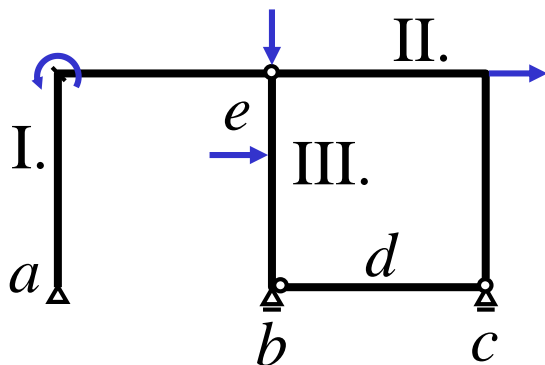
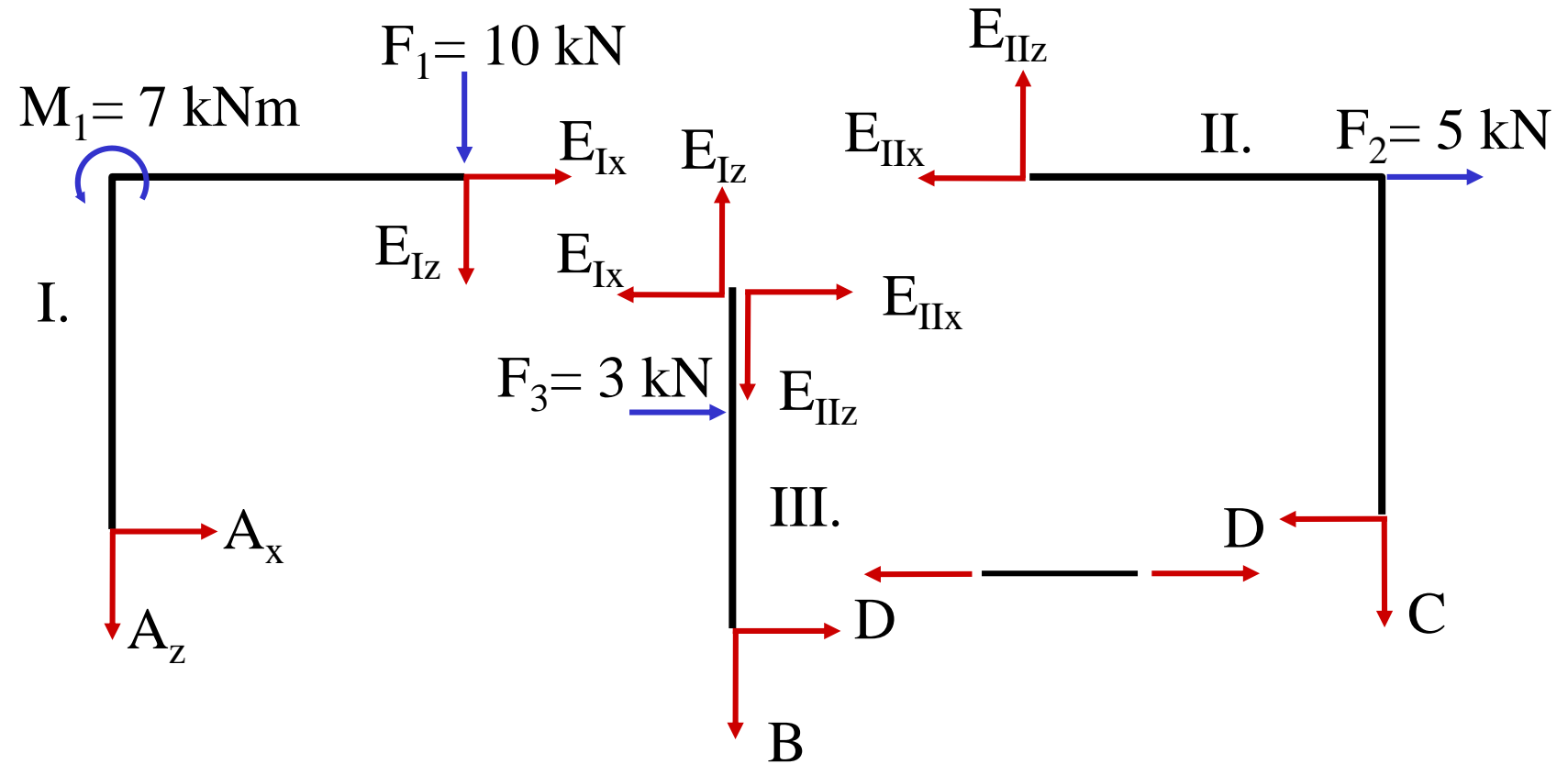


$$m = 4 \times 3 = 12$$

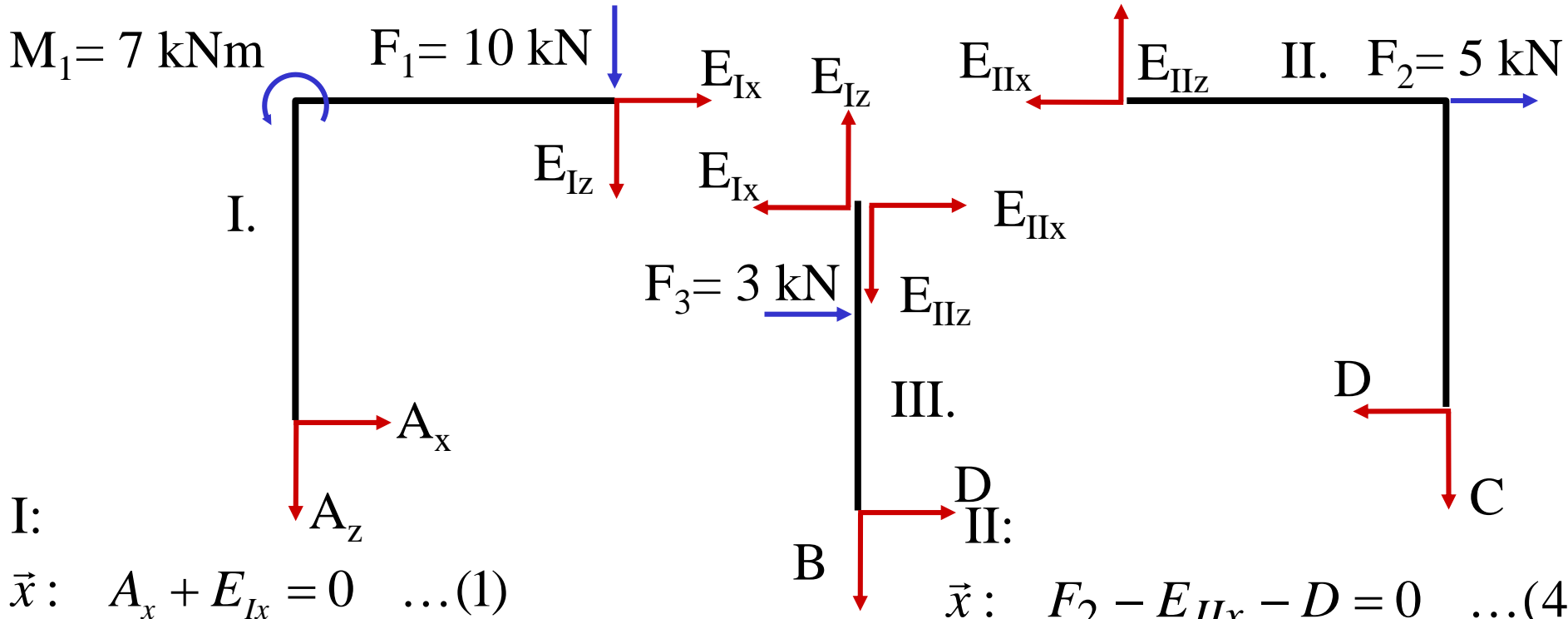
$$r = 2 \times 1 + 3 \times 2 + 4 = 12$$

$$s = m - r = 0 \text{ SUK}$$

Rozdělení na prvky a reakce



Podmínky rovnováhy pro prvky



Member II:

II: $\vec{x}: F_2 - E_{IIx} - D = 0 \dots (4)$

$\downarrow z: C - E_{IIz} = 0 \dots (5)$

$\hat{e}: -5D - 4C = 0 \dots (6)$

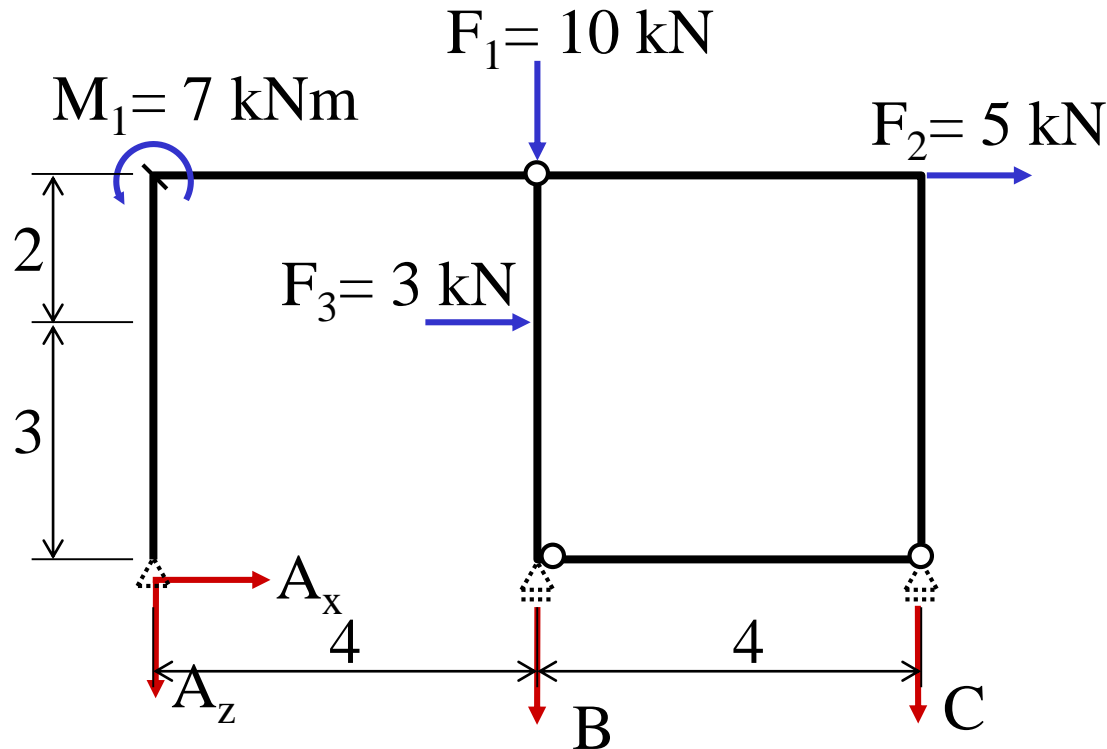
Member III:

III: $\vec{x}: -E_{Ix} + E_{IIx} + D + F_3 = 0 \dots (7)$

$\downarrow z: -E_{Iz} + E_{IIz} + B = 0 \dots (8)$

$\hat{e}: 2F_3 + 5D = 0 \dots (9)$

Podmínky rovnováhy celku



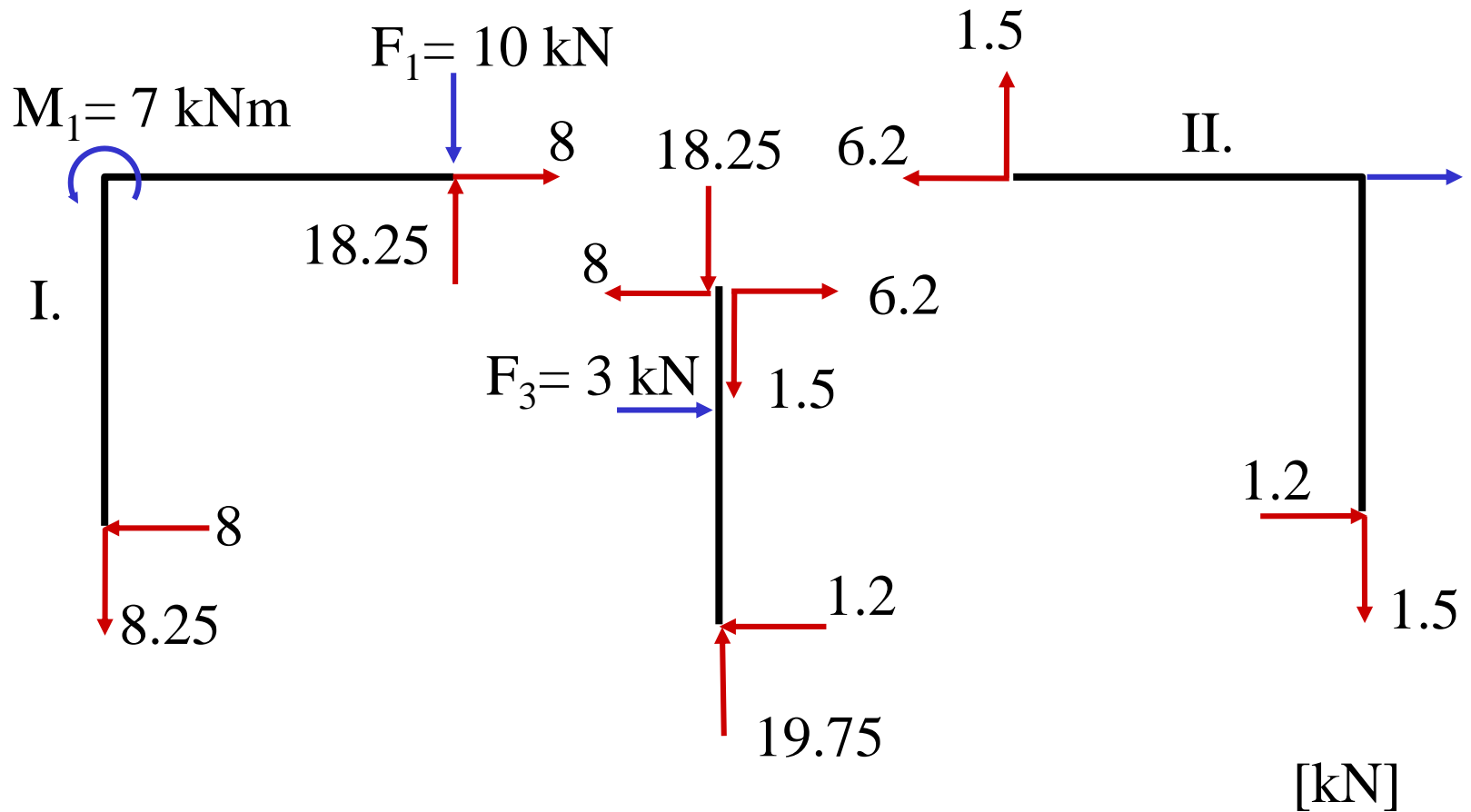
Vnější

$$\vec{x}: A_x + F_2 + F_3 = 0 \quad \dots(10)$$

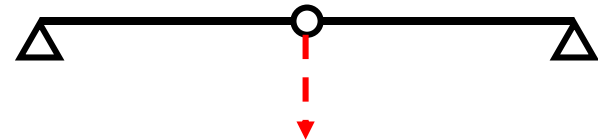
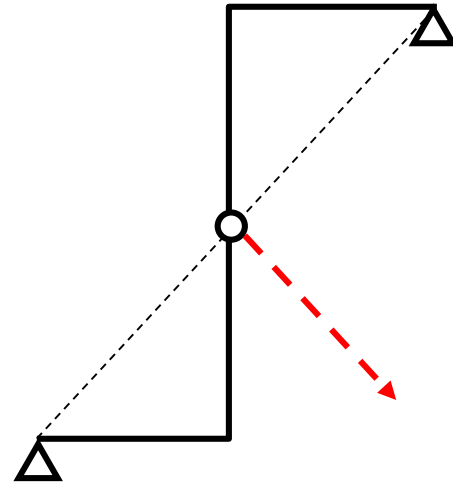
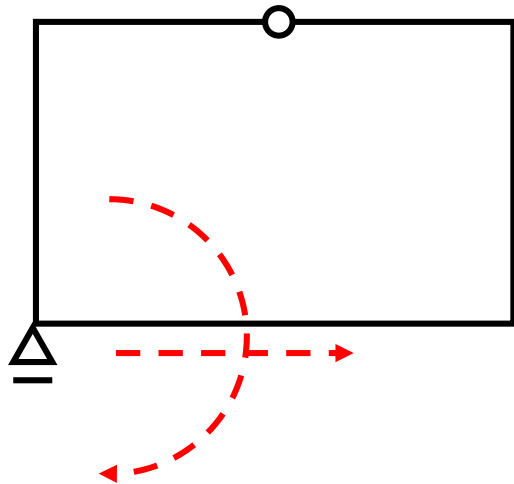
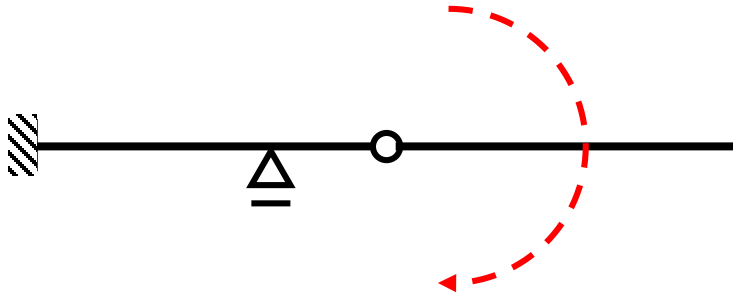
$$\downarrow z: A_z + B + C + F_1 = 0 \quad \dots(11)$$

$$\hat{a}: M_1 - 4F_1 - 5F_2 - 3F_3 - 4B - 8C = 0 \quad \dots(12)$$

Výsledné reakce

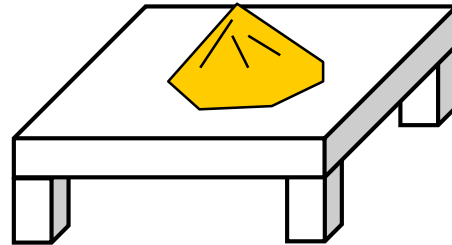


Výjimkové případy

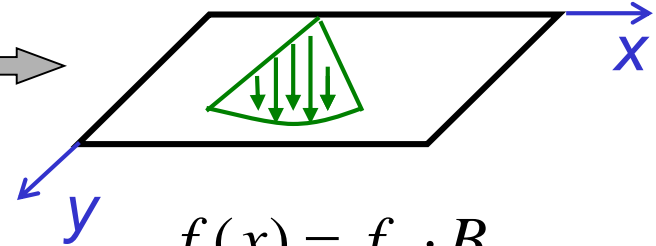


Spojité zatížení

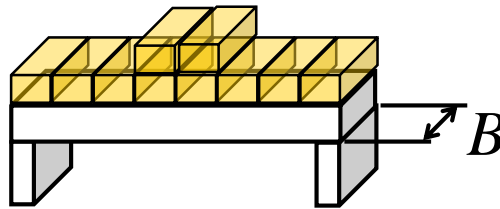
plošné
(N/m²)



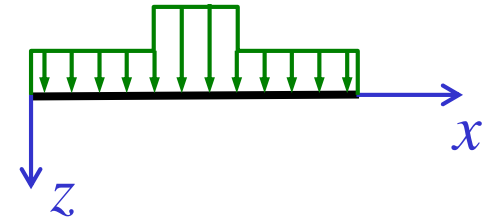
$$f_a(x, y)$$



liniové
(N/m)

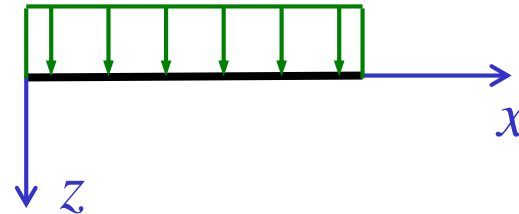


$$f(x) = f_a \cdot B$$



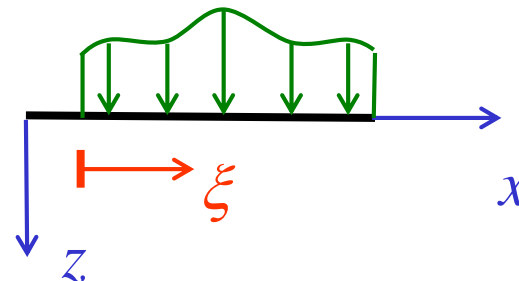
Liniové spojité zatížení

rovnoměrné $f = konst.$

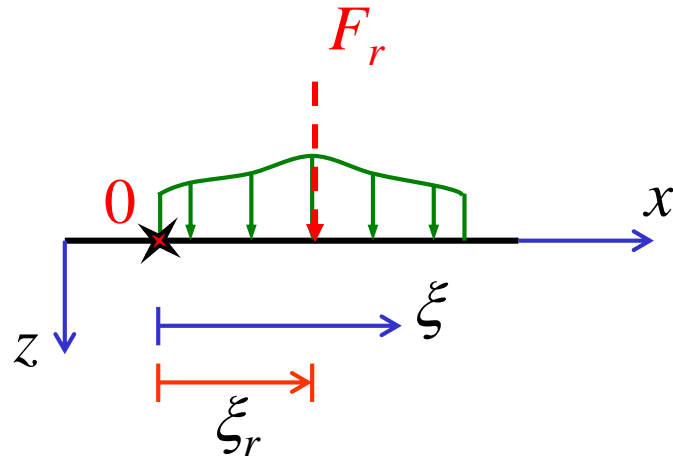


proměnné $f = f(\xi)$

(ksí)



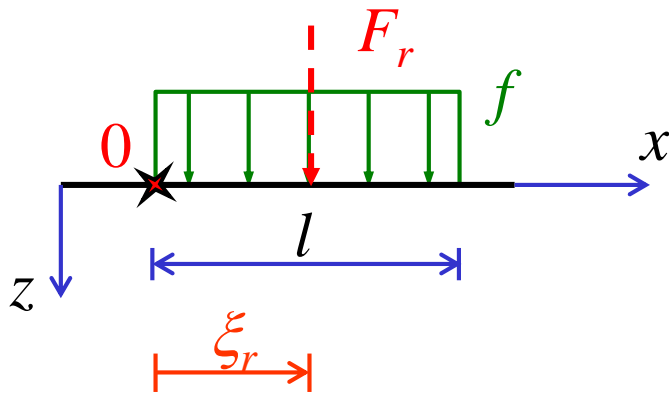
Výslednice spojitého zatížení



- Velikost výslednice = plocha pod grafem intenzity
- Poloha výslednice = v těžišti grafu intenzity
- Výslednice = osamělá síla pro dostatečně „soustředěné“ zatížení

Výslednice spojitého zatížení

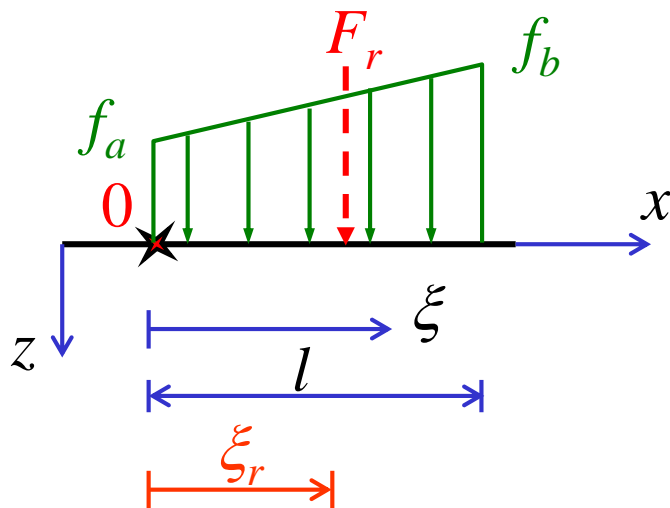
- rovnoměrné



$$f(\xi) = f$$

$$F_r = f \cdot l \quad \xi_r = \frac{l}{2}$$

- lineární

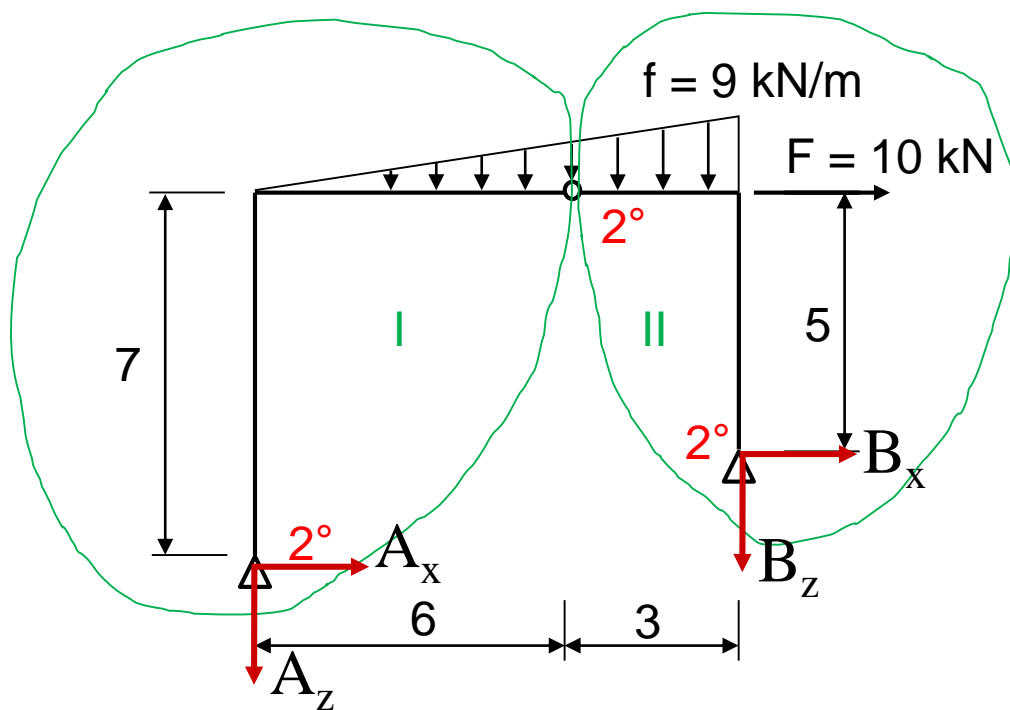


$$f(\xi) = f_a + \frac{f_b - f_a}{l} \xi$$

$$F_r = \frac{f_a + f_b}{2} \cdot l \quad \xi_r = \frac{l}{3} \cdot \frac{f_a + 2f_b}{f_a + f_b}$$

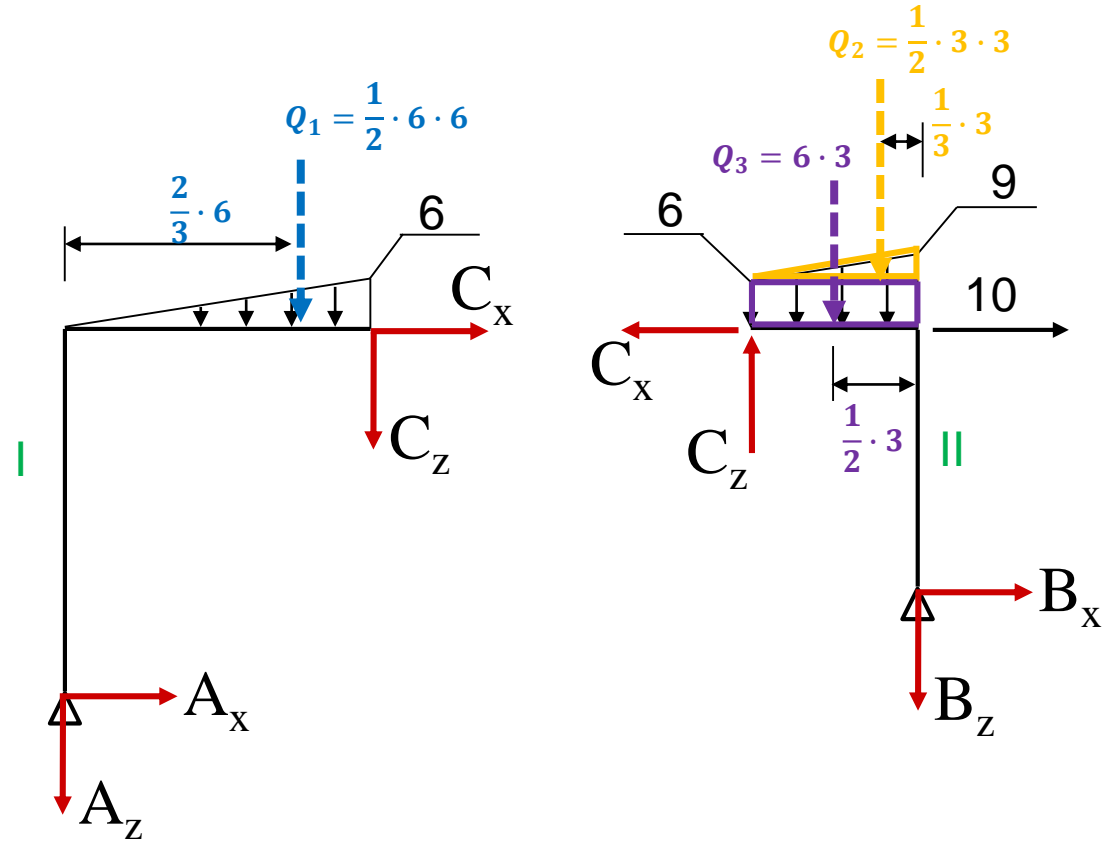
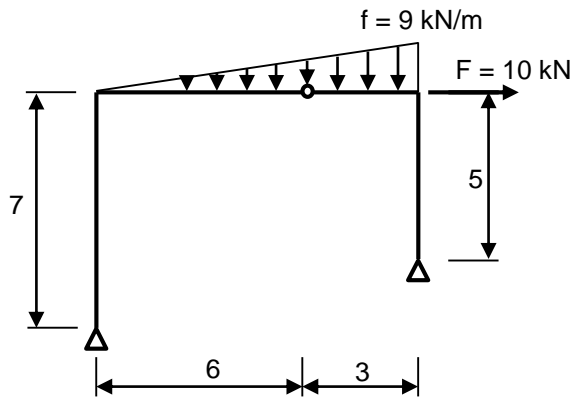
Příklad

Vypočtete vnitřní a vnější reakce rovinné konstrukce



$$s = 2 \cdot 3^\circ - (2 \cdot 2^\circ + 2^\circ) = 0 \text{ SUK}$$

Příklad

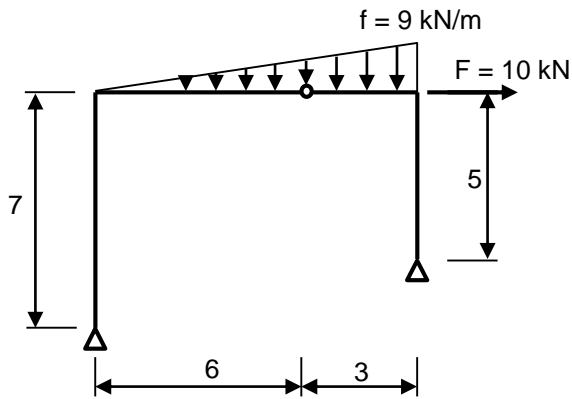


$$\text{I } \curvearrowright \text{ a) } C_z \cdot 6 + C_x \cdot 7 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 = 0$$

$$\text{II } \curvearrowright \text{ b) } C_z \cdot 3 - C_x \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 - 6 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 + 10 \cdot 5 = 0$$

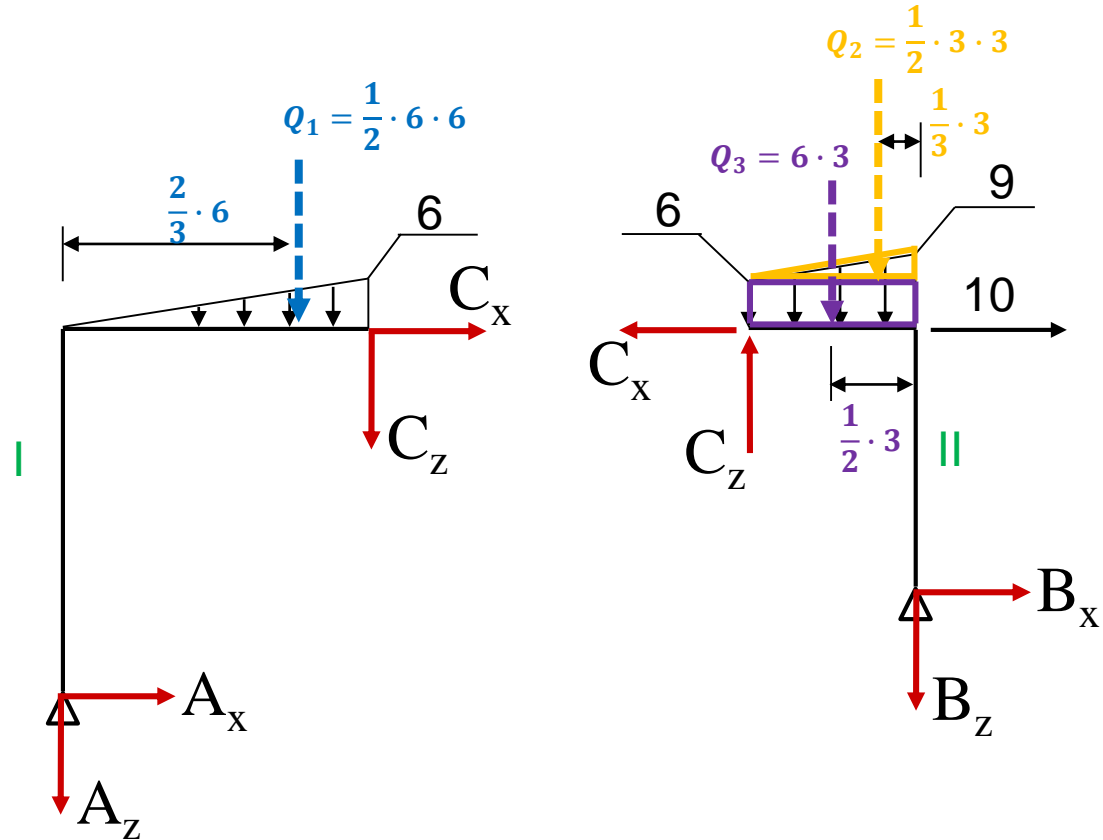
 C_z
 C_x

Příklad



$$C_z = 3,147 \text{ kN}$$

$$C_x = -4,112 \text{ kN}$$



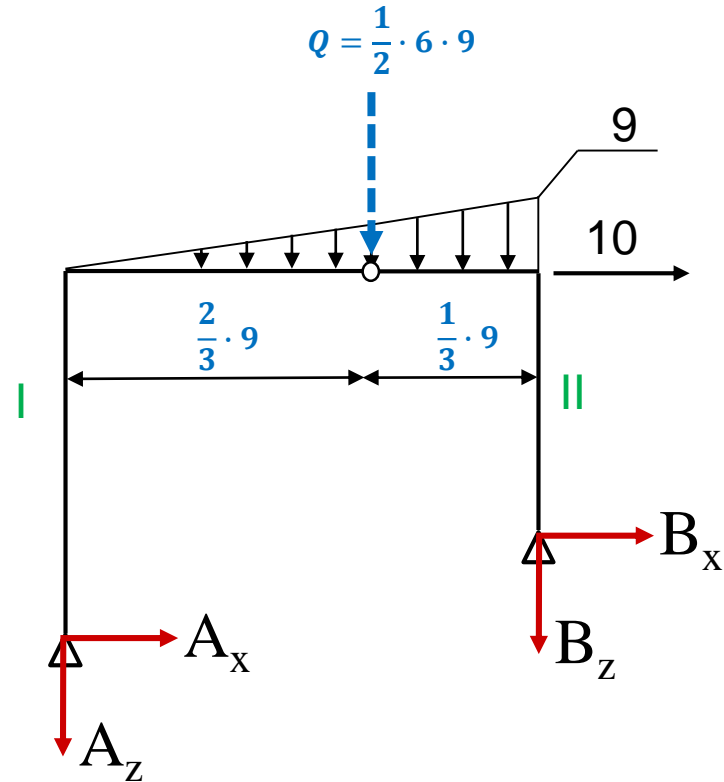
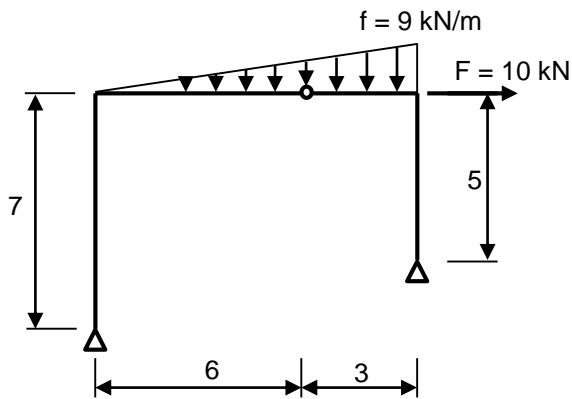
$$\uparrow: -A_z - C_z - Q_1 = 0 \quad \Leftrightarrow A_z$$

$$\uparrow: -B_z + C_z - Q_2 - Q_3 = 0 \quad \Leftrightarrow B_z$$

$$\rightarrow: A_x + C_x = 0 \quad \Leftrightarrow A_x$$

$$\rightarrow: B_x - C_x + 10 = 0 \quad \Leftrightarrow B_x$$

Příklad - kontrola



$$\text{kontrola} \approx c: -A_z \cdot 6 - A_x \cdot 7 + B_z \cdot 3 - B_x \cdot 5 + Q \cdot 0 = 0$$

$\Rightarrow \neq 0 \Rightarrow \text{kontrola} + \text{výpočet}$

$\Rightarrow = 0 \Rightarrow OK \Rightarrow$



Tento dokument je určen výhradně jako doplněk k přednáškám z předmětu Stavební mechanika R1 pro studenty Stavební fakulty ČVUT v Praze. Dokument je průběžně doplňován, opravován a aktualizován a i přes veškerou snahu autora může obsahovat nepřesnosti a chyby.

Při přípravě této přednášky byla použita řada materiálů volně přístupných na serveru en.wikipedia.org a materiálů laskavě poskytnutých Petrem Kabelem, Matějem Lepšem, Vítem Šmilauerem, Michalem Polákem a Alešem Jírou ze Stavební fakulty ČVUT v Praze.

Pokud v textu objevíte nějakou chybu nebo budete mít námět na jeho vylepšení, ozvěte se prosím na tesarek@fsv.cvut.cz

Datum poslední revize: 6. 10. 2020