Stavební mechanika R1
K132 SMR1

Přednáška č. 4

Příhradové konstrukce

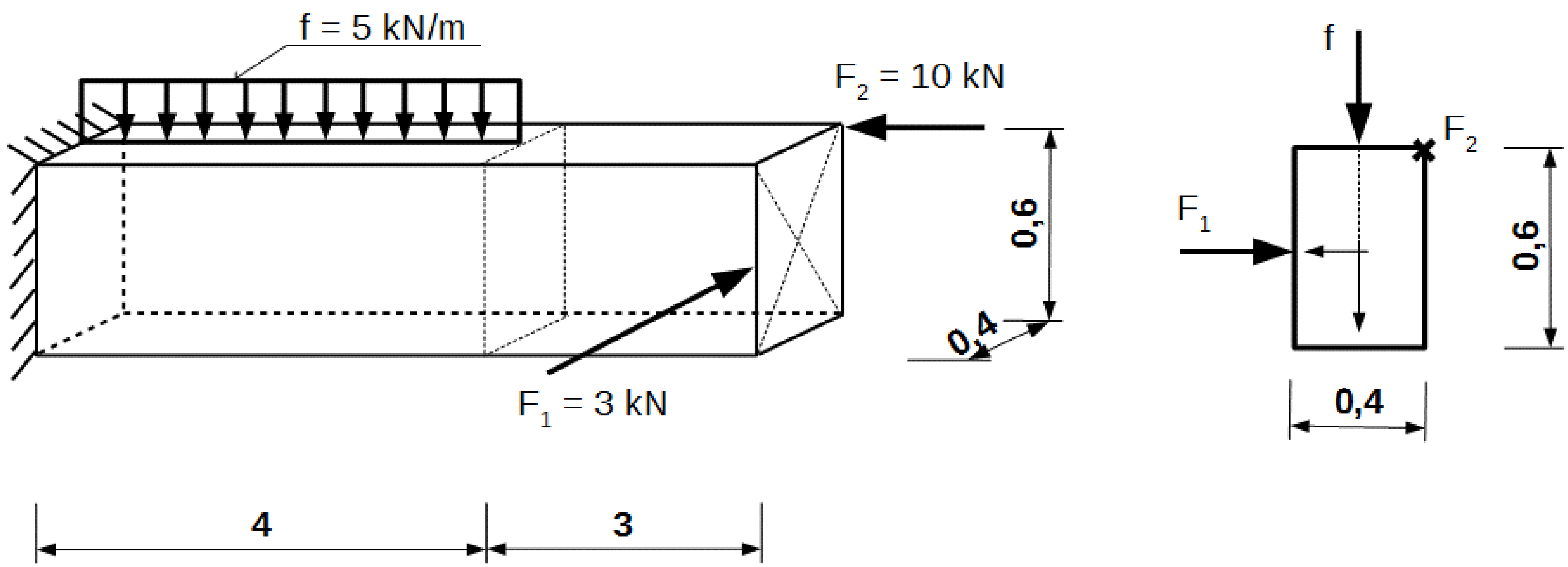
Co nás čeká ve čtvrté přednášce?

- **Příhradové konstrukce**
  - Základní předpoklady
  - Statická určitost/neurčitost
- **Metody výpočtu**
  - Obecná metoda styčných bodů
  - „Nulové“ pruty
  - Průsečná metoda

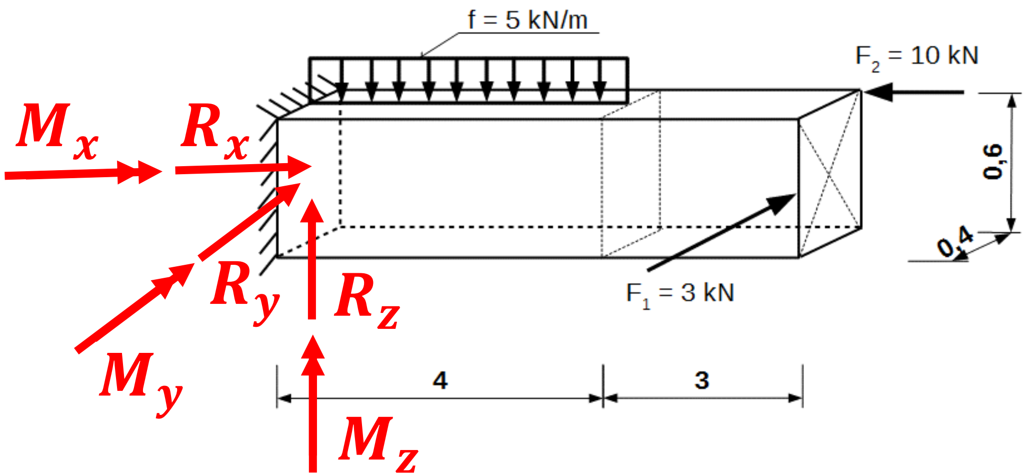
Co nás čeká ve čtvrté přednášce?

PŘÍKLAD

Na zadané konstrukci vypočtěte všechny podporové reakce



Řešení

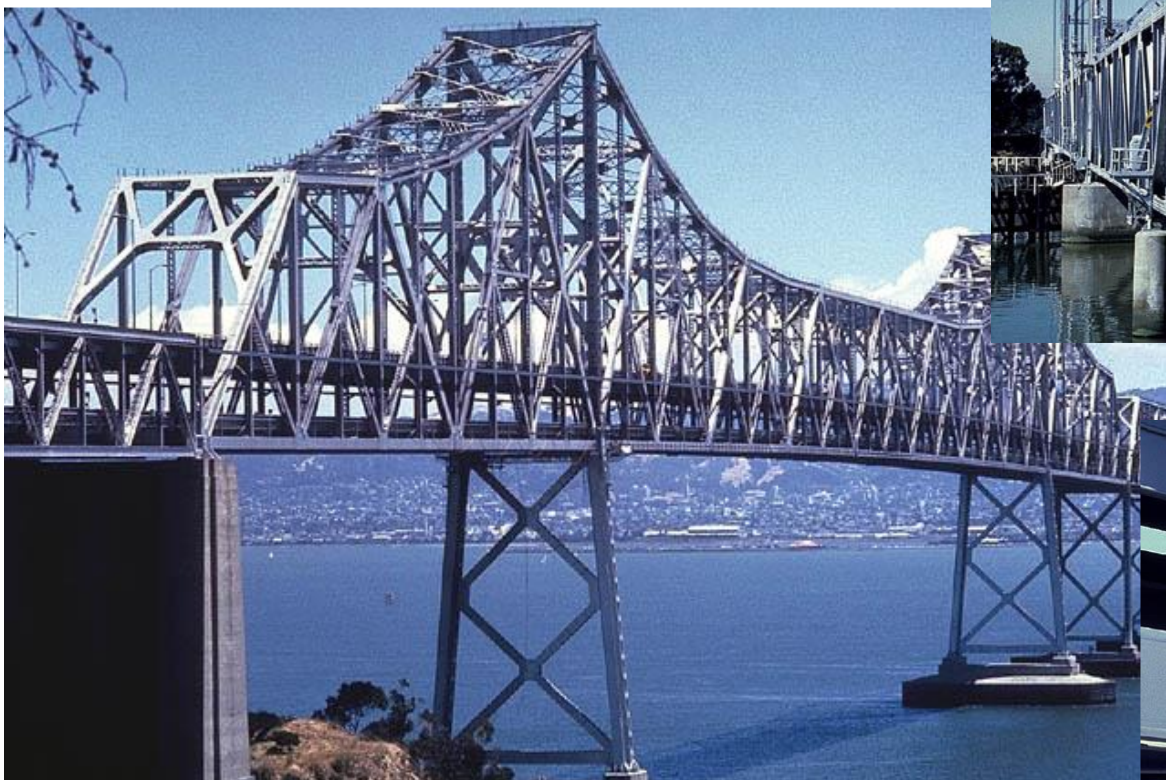


$\rightarrow: R_x - 10 = 0 \Rightarrow R_x = 10\ kN$ $\quad$ $\twoheadrightarrow: M_x = 0 \Rightarrow M_x = 0\ kNm$

$\nearrow: R_y + 3 = 0 \Rightarrow R_y = -3\ kN$ $\quad$ $\nearrow\!\!\!\nearrow: M_y + 5 \cdot 4 \cdot 2 - 10 \cdot 0{,}3 = 0 \Rightarrow M_y = -37\ kNm$

$\uparrow: R_z - 5 \cdot 4 = 0 \Rightarrow R_z = 20\ kN$ $\quad$ $\upuparrows: M_z + 3 \cdot 7 + 10 \cdot 0{,}2 = 0 \Rightarrow M_z = -23\ kNm$

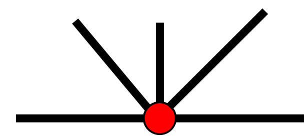
Příklady příhradových konstrukcí



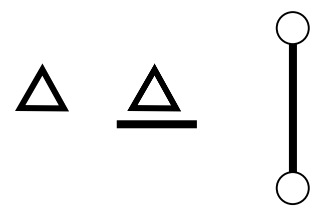
Základní předpoklady

• konstrukce je vytvořena z přímých prutů

• pruty jsou navzájem pospojovány v bodech => **<u>styčnících</u>**



• vzájemné spojení prutů se ve všech styčnících předpokládá kloubové



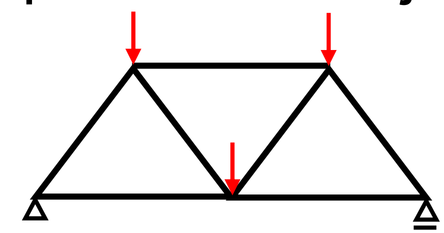
• soustava je podepřena jen vnějšími vazbami, které zabraňují pouze posunu, a to výhradně ve styčnících

Základní předpoklady

Příhrady: - prostorové

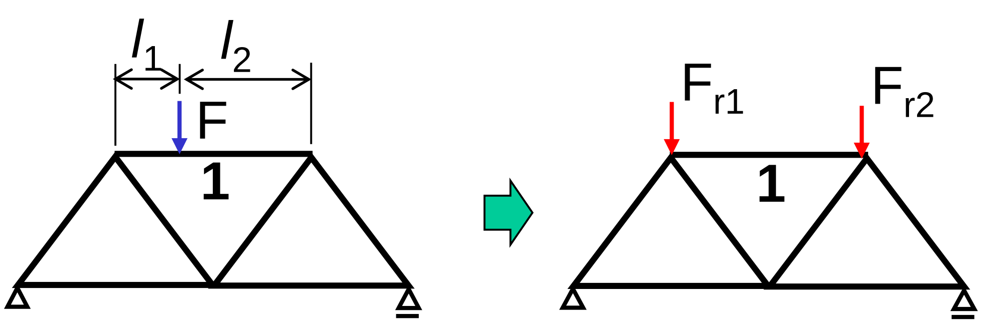
- <u>rovinné:</u> všechny pruty leží v jedné rovině
  zatížení působí ve stejné rovině

Zatížení: - styčníkové



vznikají pouze osové = **<u>normálové</u>** síly (konstantní po délce prutu)

- mimostyčné – pro výpočet osových sil v ostatních prutech lze převést na ekvivalentní zatížení do styčníků



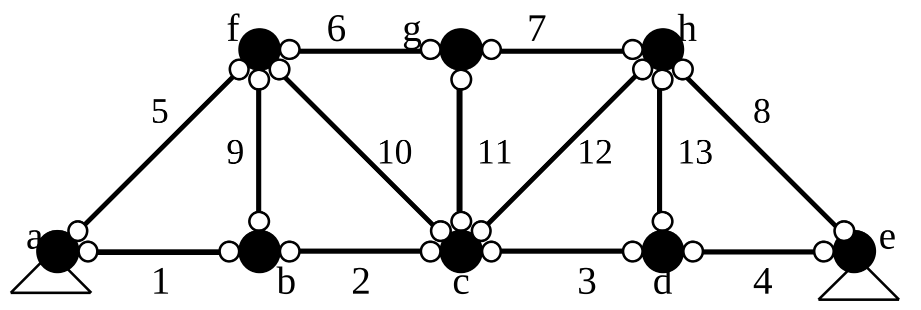
$$F=F_{r1}+F_{r2}$$

$$-Fl_1= -F_{r2}(l_1+l_2)$$

Pozor: prut **1** namáhán i ohybem!!

Statická určitost příhradových kcí

- jednotlivé styčníky pokládáme za **hmotné body**
- na pruty soustavy pohlížíme jako na vnitřní vazby- **kyvné pruty**



$$s = 2n - p - r$$

s… stupeň statické určitosti soustavy

n… počet styčníků

p… počet prutů

r… počet odebraných stupňů volnosti vnějšími vazbami

Příhradová soustava je:

	staticky
$s > 0$	přeurčitá
$s = 0$	určitá
$s < 0$	neurčitá

Pokud pro příhradovou soustavu vychází $s = 0$ nebo $s < 0$

a zároveň je determinant soustavy podmínek rovnováhy

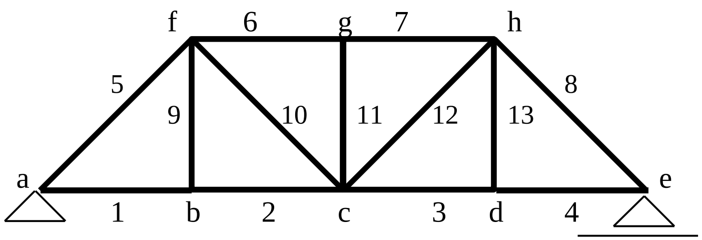
příhradové konstrukce = 0 (det[**D**] = 0),

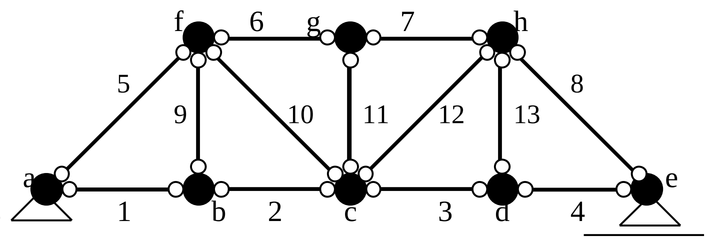
Pak se jedná o:

- vnější statickou přeurčitost příhradové soustavy,
- nebo vnitřní statickou přeurčitost příhradové soustavy,
- nebo výjimkový případ podepření.

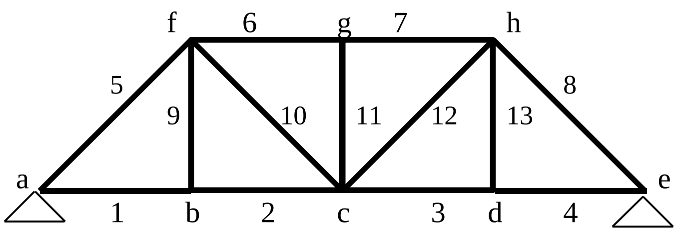
Statická určitost příhradových kcí

Posuďte statickou určitost zadané příhradové konstrukce



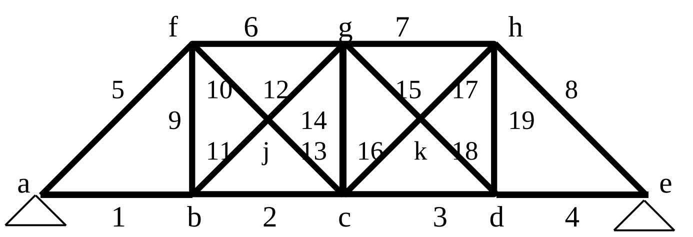


$s = 2.8 - 1.13 - (2+1)$
$= 16 - 16 = 0$
staticky i kinematicky určitá kce



$s = 2.8 - 13 - (2+2) = 16 - 17 = -1$

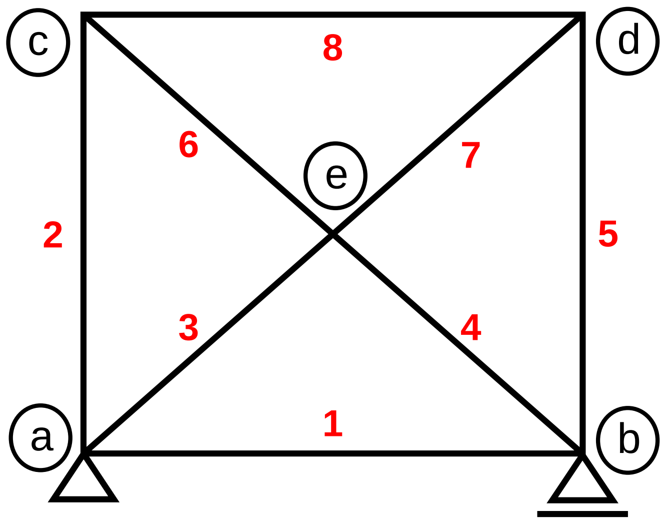
1x staticky neurčitá/kinematicky přeurčitá kce

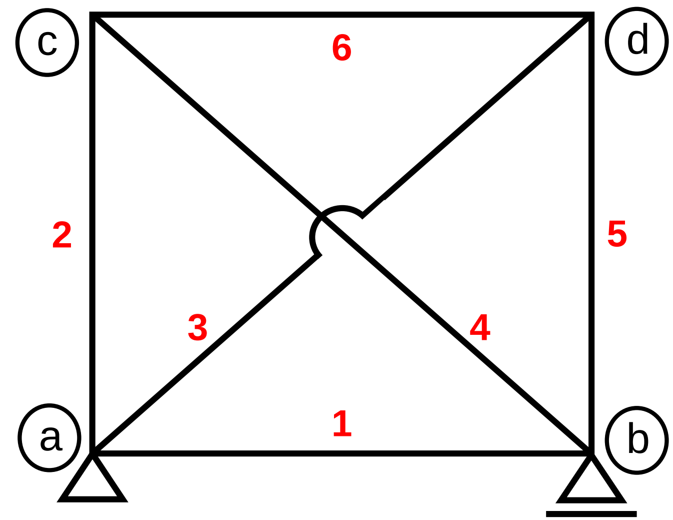


$s = 2.10 - 1.19 - (2+1) = 20 - 22 = -2$

2x staticky neurčitá/kinematicky přeurčitá kce

Statická určitost příhradových kcí

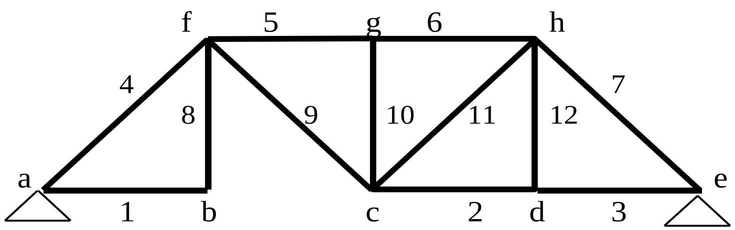




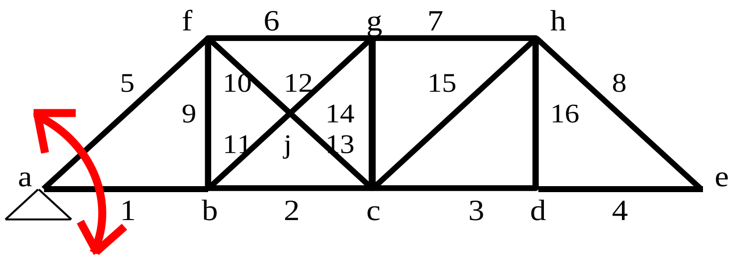
$s = 5 \cdot 2 - (8 \cdot 1^{\circ} + 2^{\circ} + 1^{\circ}) = -1$

$s = 4 \cdot 2 - (6 \cdot 1^{\circ} + 2^{\circ} + 1^{\circ}) = -1$

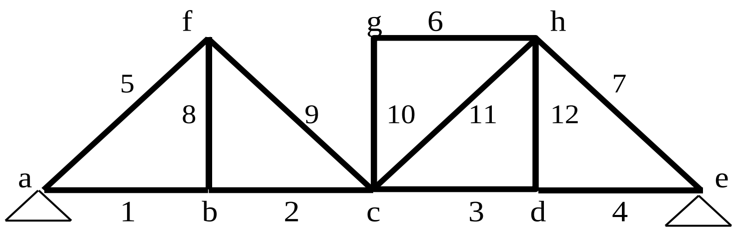
Př.

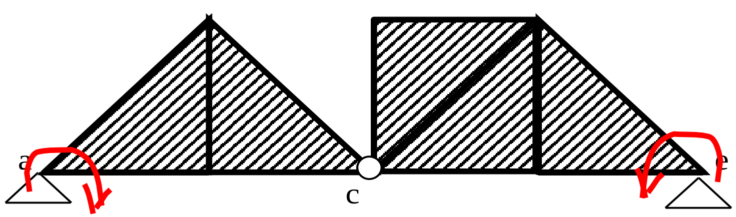


$$s = 2.8 - 12 - (2+2)$$
$$= 16 - 16 = 0$$



s = (2.9) – ((1.16) + (2)) = 18 – 18 = 0





s = 2.8 – 1.12 - (2+2) = 16 – 16 = 0

s = 0 avšak det[**D**] = 0 $\Rightarrow$
soustava je výjimkově podepřena

Obecná metoda styčných bodů

Principy a předpoklady

• Příhradová soustava je staticky určitá

• Příhradová soustava je řešena jako složená soustava sestavená z hmotných bodů

• Účinek vnějších vazeb se nahradí odpovídajícími nezávislými složkami reakcí

• Účinek vnitřních vazeb (příhradových prutů) se nahradí normálovými (osovými) silami N_i

Obecná metoda styčných bodů

Principy a předpoklady

•Má-li být celá příhradová soustava v rovnováze, **musí být v rovnováze i každý styčník** (hmotný bod) soustavy

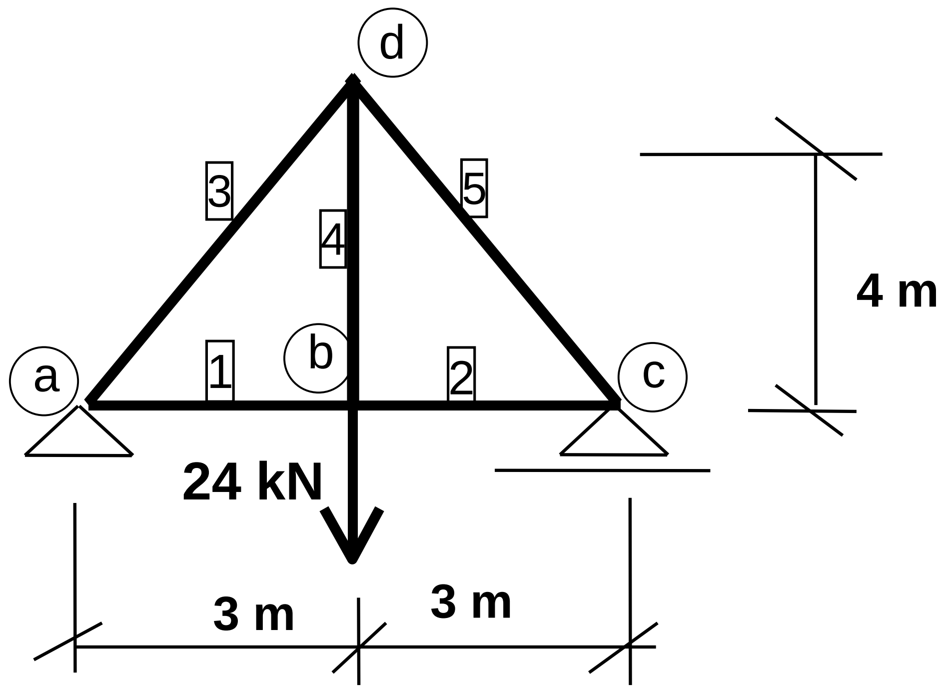
• V každém styčníku mohu napsat dvě podmínky rovnováhy

• Výsledně tedy soustava $2n$ lineárních rovnic

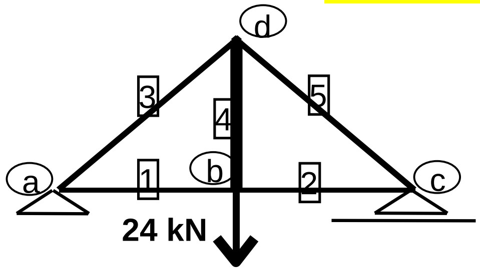
pozn.: Podmínky rovnováhy všech styčníků (n hmotných bodů) stačí k určení všech normálových- osových sil (p) i všech nezávislých složek vnějších reakcí (r)

$2n = p + r$

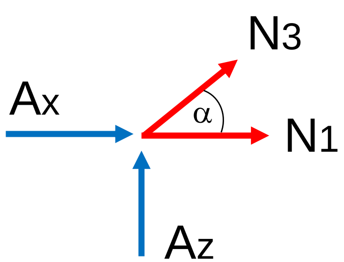
Příklad 1



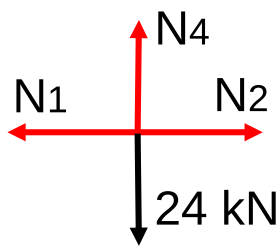
Příklad 1



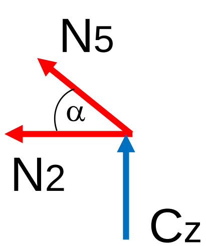
$$\rightarrow: \; A_x + N_1 + N_3 \cdot \cos\alpha = 0$$
$$\uparrow: \; A_z + N_3 \cdot \sin\alpha = 0$$



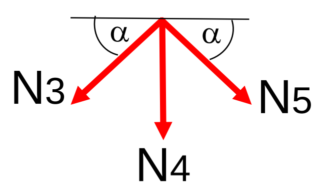
$$\rightarrow: -N_1 + N_2 = 0$$
$$\uparrow: \; N_4 - 24 = 0$$



$$\rightarrow: -N_2 - N_5 \cdot \cos\alpha = 0$$
$$\uparrow: \; C_z + N_5 \cdot \sin\alpha = 0$$



$$\rightarrow: \; -N_3 \cdot \cos\alpha + N_5 \cdot \cos\alpha = 0$$
$$\uparrow: \; -N_3 \cdot \sin\alpha - N_4 - N_5 \cdot \sin\alpha = 0$$



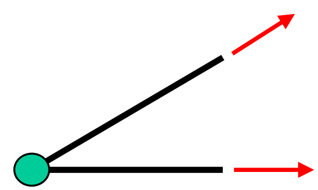
$$N_1 = 9\,kN \qquad N_4 = 24\,kN$$
$$N_2 = 9\,kN \qquad N_5 = -15\,kN$$
$$N_3 = -15\,kN$$

Zjednodušení:

-použijeme princip obecné metody styčných bodů

-řešení provádíme postupně tak, že řešíme vždy 2 rovnice pro 2 neznámé (ve dvojném styčníku)

Dvojným styčníkem se nazývá styčník, ve kterém působí (kromě známých sil) právě 2 neznámé osové síly, případně složky reakcí

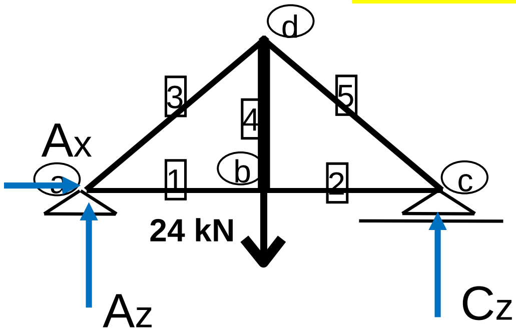


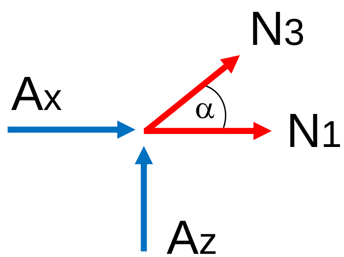
Použití zjednodušené metody styčných bodů vyžaduje, aby v řešené příhradové soustavě byl alespoň jeden dvojný bod (styčník).

U většiny příhradových soustav na počátku řešení dvojný styčník neexistuje, proto se provádějí postupy, pomocí kterých se dvojný styčník vytvoří:

- u celé řady příhradových soustav se dvojný styčník získá tak, že z podmínek rovnováhy soustavy jako celku se určí vnější reakce.
- další metody řešení- metoda průsečná

Příklad 1b





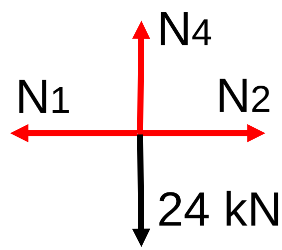
$$\uparrow:\ A_z + N_3 \cdot \sin\alpha = 0 \Rightarrow N_3$$

$$\rightarrow:\ A_x + N_1 + N_3 \cdot \cos\alpha = 0 \Rightarrow N_1$$

$$\rightarrow:\ A_x = 0$$

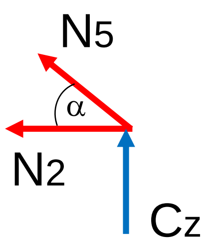
$$\circlearrowleft a:\ C_z \cdot 6 - 24 \cdot 3 = 0\ \Rightarrow C_z$$

$$\uparrow:\ A_z + C_z - 24 = 0 \Rightarrow A_z$$



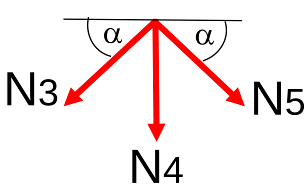
$$\rightarrow: -N_1 + N_2 = 0 \Rightarrow N_2$$

$$\uparrow:\ N_4 - 24 = 0 \Rightarrow N_4$$



$$\rightarrow: -N_2 - N_5 \cdot \cos\alpha = 0 \Rightarrow N_5$$

$$\uparrow:\ C_z + N_5 \cdot \sin\alpha = 0 \Rightarrow kontrola$$

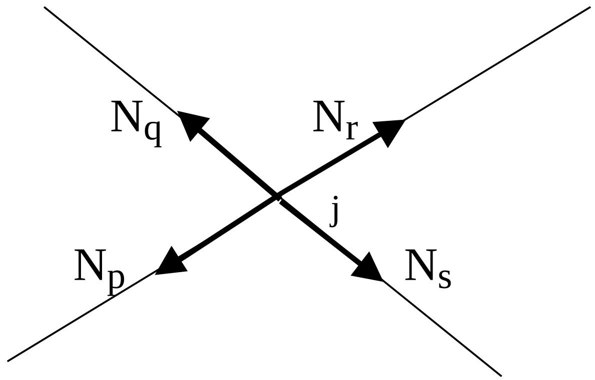


$$\rightarrow:\ -N_3 \cdot \cos\alpha + N_5 \cdot \cos\alpha = 0 \Rightarrow N_5$$

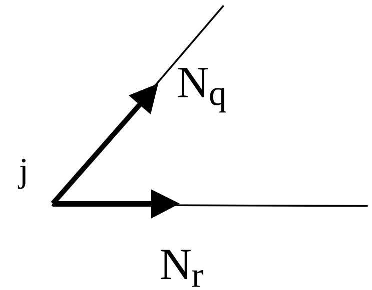
$$\uparrow:\ -N_3 \cdot \sin\alpha - N_4 - N_5 \cdot \sin\alpha = 0 \Rightarrow kontrola$$

Zvláštní typy styčníků

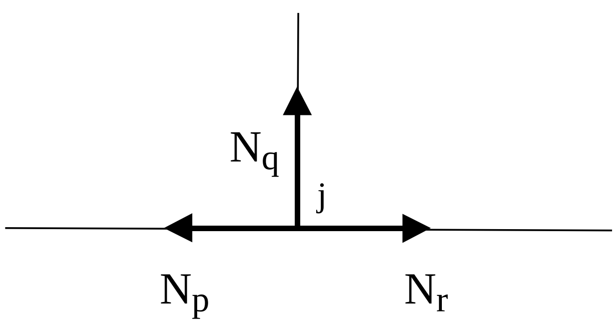
$N_p = N_r \quad N_q = N_s$



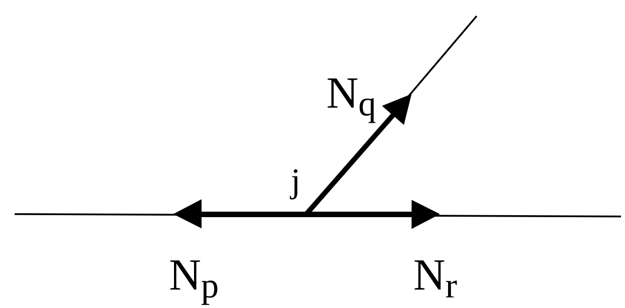
$N_r = 0 \quad N_q = 0$



$N_p = N_r \quad N_q = 0$



$N_q = 0 \quad N_p = N_r$



Průsečná metoda

- Má-li být celá příhradová soustava v rovnováze, musí být v rovnováze i každá její část

- Postup řešení:

- U řešené příhradové soustavy musí být určeno vnější zatížení a vypočteny vnější reakce.

- Soustavu rozdělíme řezem na 2 samostatné části tak, aby proťal právě 3 pruty

- Účinek přerušených prutů nahradíme tahovými osovými silami

- Ze tří statických podmínek rovnováhy na jedné části vyřešíme 3 neznámé osové síly.

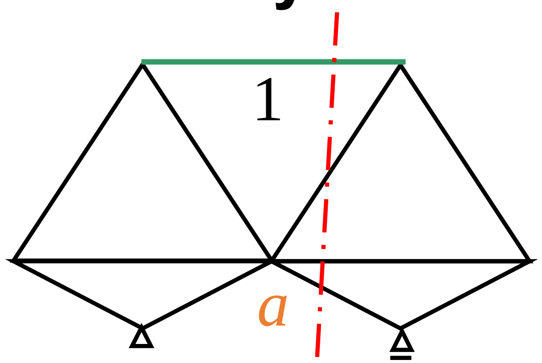
Průsečná metoda

Obvyklé použití:

- Kontrola výpočtu osových sil
- Výpočet vybraných sil
- Startovací metoda pro jiné způsoby řešení

Poznámka:

- Řez lze vést i tak, že přeruší $n>3$ prutů, z nichž $n-1$ se protíná v jediném bodě (**přidružený momentový střed**)

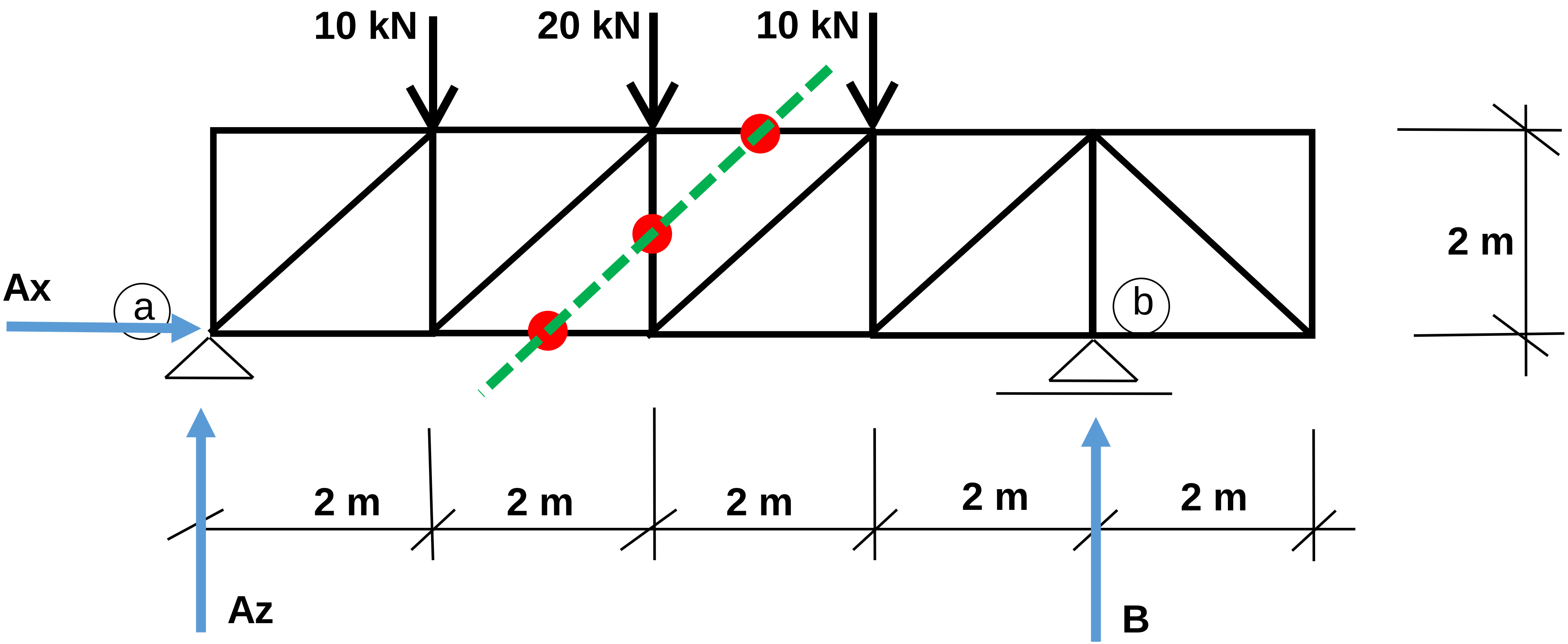


$N_1 = \ldots$

- Potom lze vypočítat sílu ve zbývajícím prutu

z momentové podmínky k přidruženému momentovému středu (momentová podmínka k nevlastnímu bodu ($\rightarrow \infty$) přechází v součtovou podmínku)

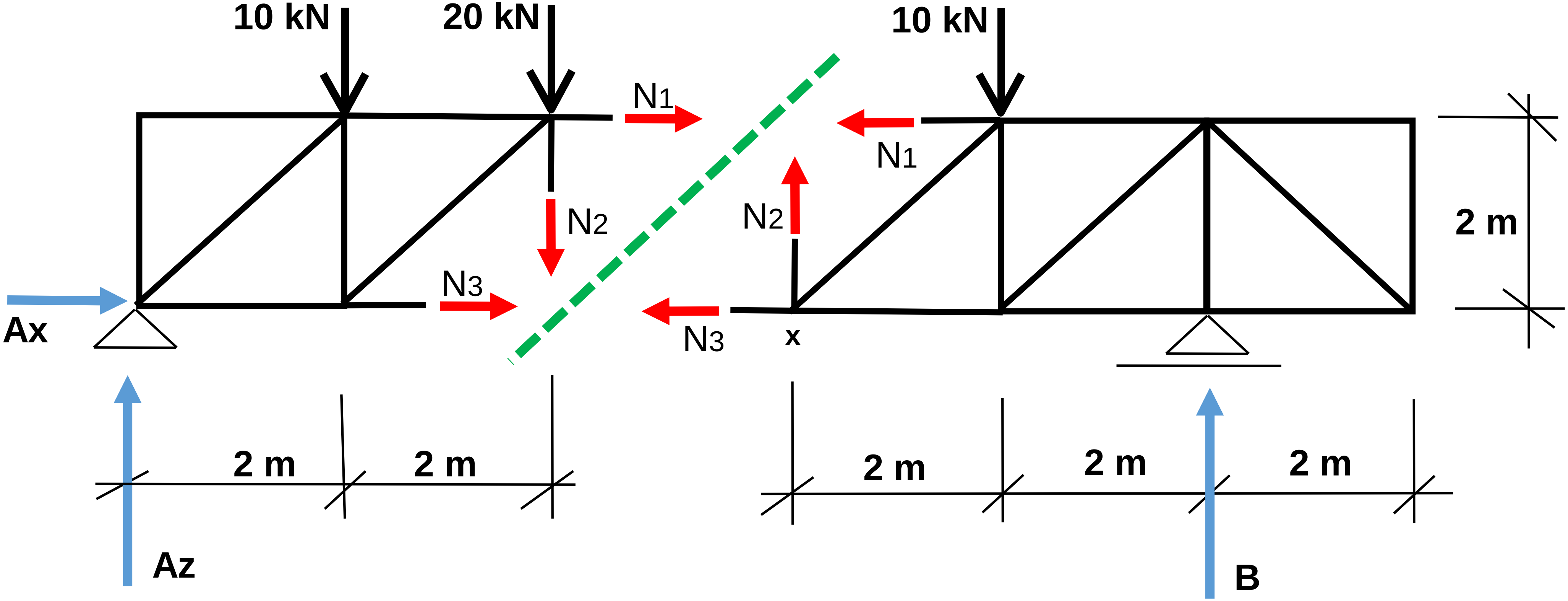
Příklad 2



$$\rightarrow: A_x = 0 \;\Rightarrow A_x$$

$$\curvearrowleft_{a}: B \cdot 8 - 10 \cdot 6 - 20 \cdot 4 - 10 \cdot 2 = 0 \;\Rightarrow B$$

$$\uparrow: \quad B + A_z - 10 - 20 - 10 = 0 \;\Rightarrow A_z$$

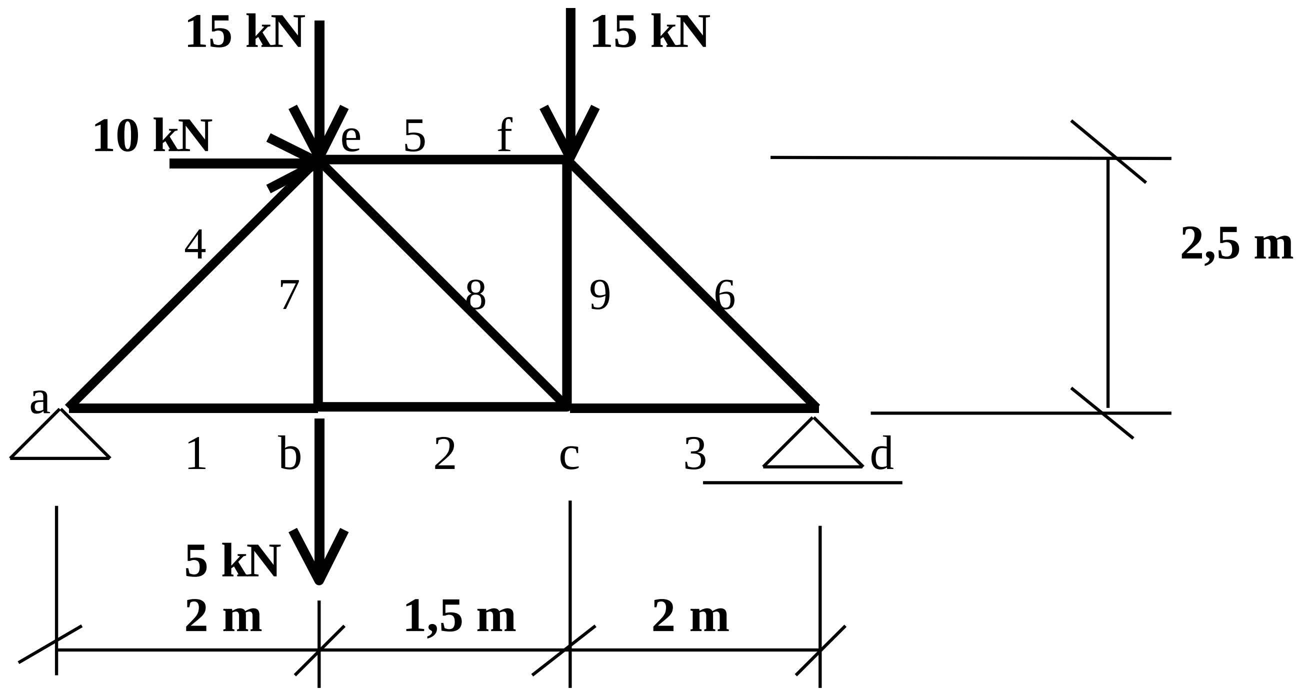


$\uparrow$: $B + N_2 - 10 = 0 \Rightarrow N_2$

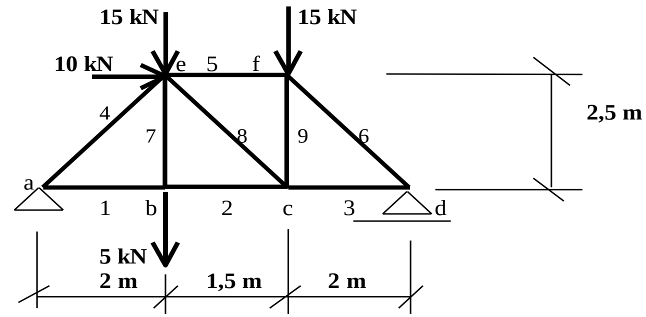
x: $N_1 \cdot 2 + B \cdot 4 - 10 \cdot 2 = 0 \Rightarrow N_1$

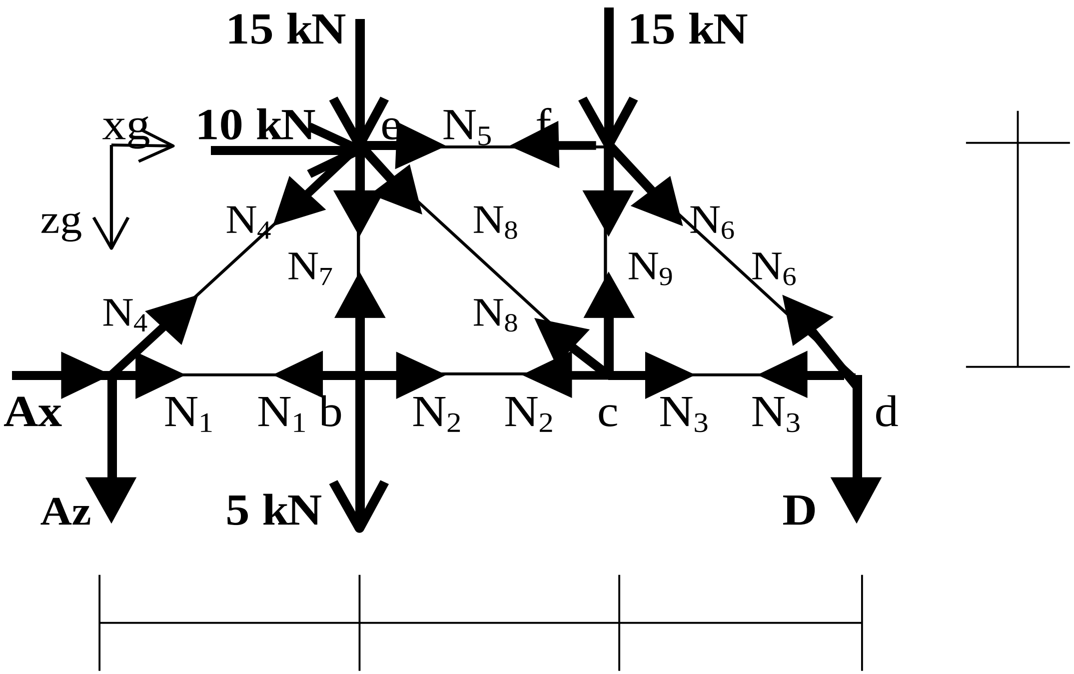
$\rightarrow$: $-N_1 - N_3 = 0 \Rightarrow N_3$

Příklad 3



$s = 2.6 - 9 - (2+1) = 12 - 12 = 0$





$A_x = -10$ kN

$A_z = -13{,}637$ kN

$D = -21{,}363$ kN

	OSOVÁ SÍLA Np								
	N 1	N 2	N 3	N 4	N 5	N 6	N 7	N 8	N 9
HODNOTA [kN]	20,91	20,909	17,09	-17,467	-17,091	-27,361	5	-7,4187	6,3625

Tento dokument je určen výhradně jako doplněk k přednáškám z předmětu Stavební mechanika R1 pro studenty Stavební fakulty ČVUT v Praze. Dokument je průběžně doplňován, opravován a aktualizován a i přes veškerou snahu autora může obsahovat nepřesnosti a chyby.

Při přípravě této přednášky byla použita řada materiálů volně přístupných na serveru en.wikipedia.org a materiálů laskavě poskytnutých Janem Zemanem, Petrem Kabelem, Matějem Lepšem, Vítem Šmilauerem, Michalem Polákem a Alešem Jírou ze Stavební fakulty ČVUT v Praze.

Pokud v textu objevíte nějakou chybu nebo budete mít námět na jeho vylepšení, ozvěte se prosím na tesarek@fsv.cvut.cz

Datum poslední revize: 13. 10. 2020