

Stavební mechanika R1

K132 SMR1

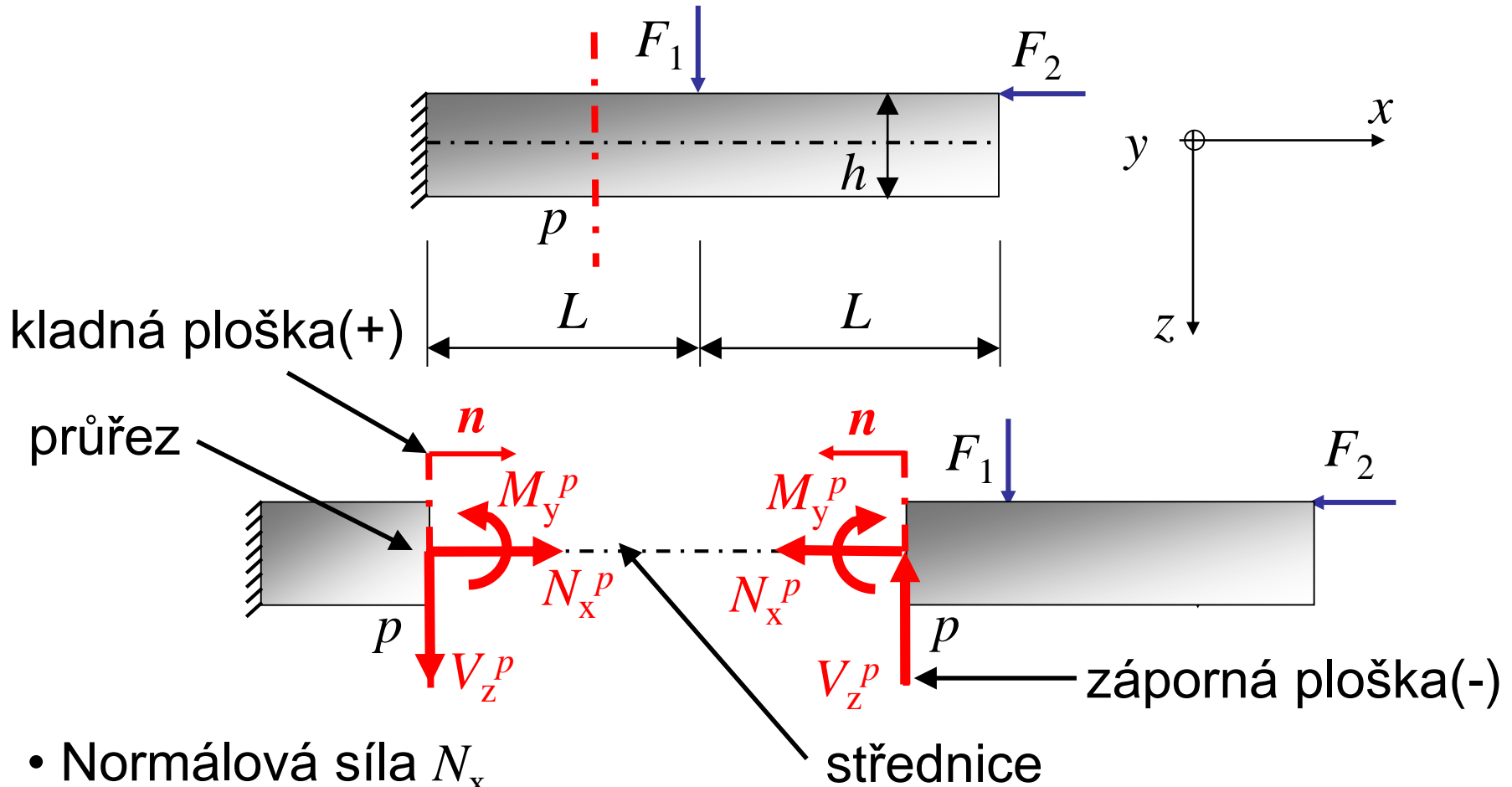
Přednáška č. 5

Průběhy vnitřních sil na přímých
nosnících

Co nás čeká v páté přednášce

- **Motivace** – proč vznikají
- **Terminologie**
- Výpočet
 - vnitřních síly v průřezu
 - průběhy vnitřních sil
- **Schwedlerovy věty**

Vnitřní síly – princip řezu

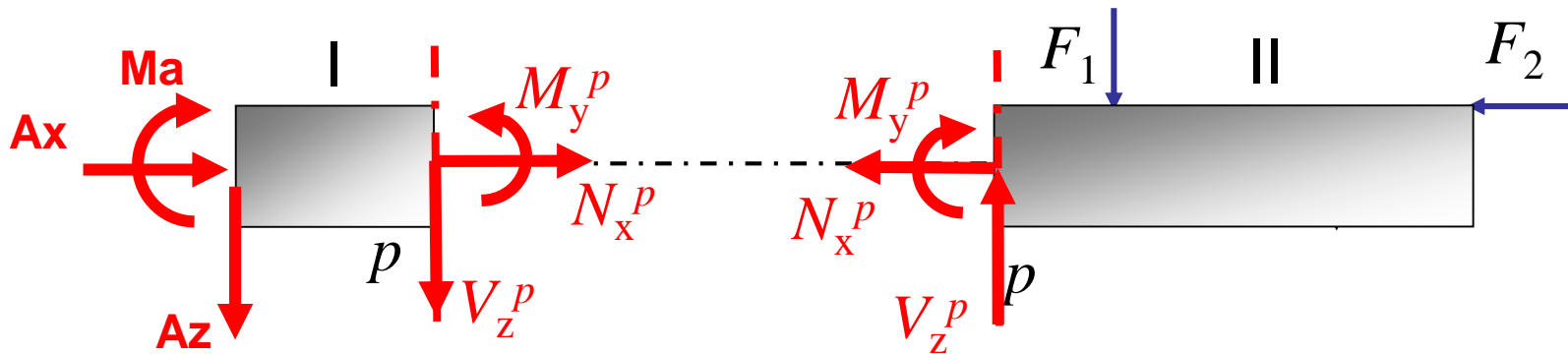


- Normálová síla N_x
- Posouvající síla V_z
- Ohybový moment M_y

• Orientace

Na kladné plošce souhlasně se systémem souřadnic

Vnitřní síly – výpočet



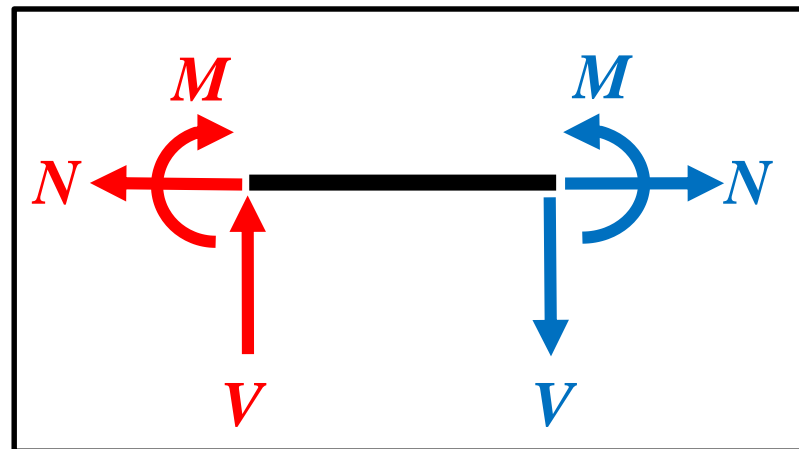
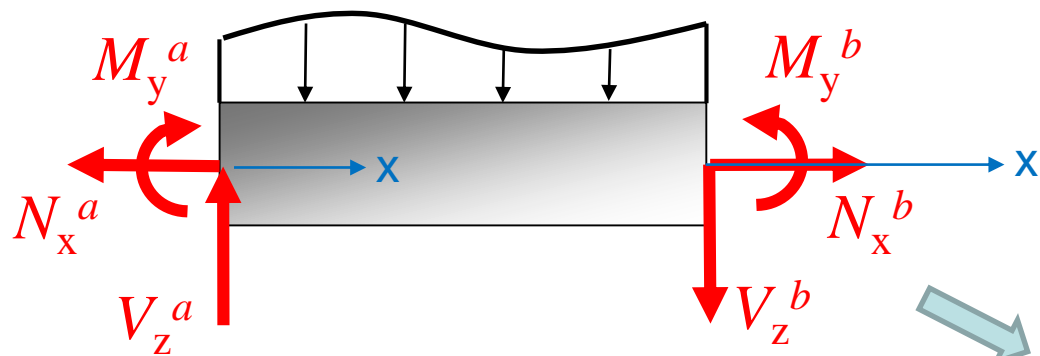
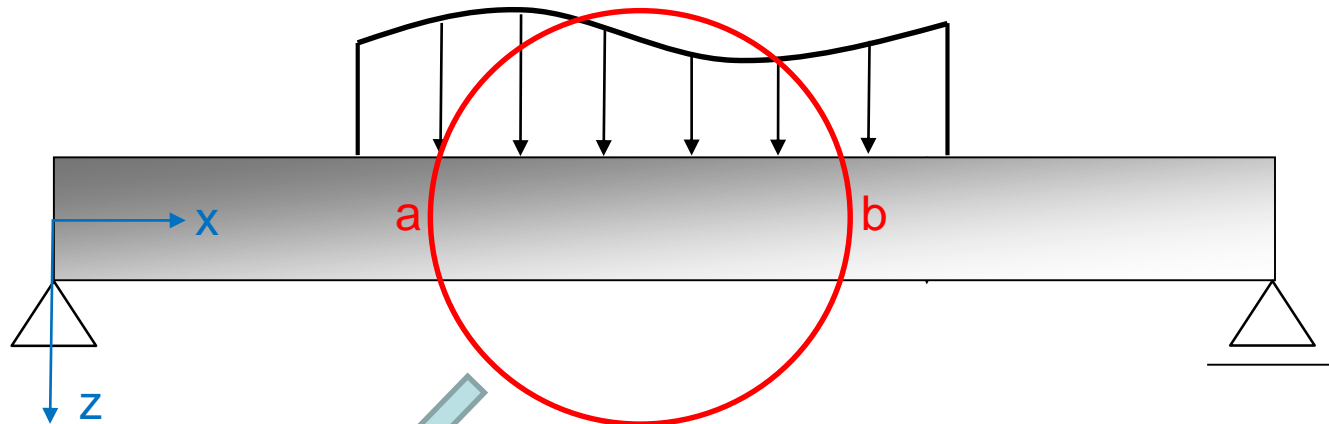
- **Z podmínek rovnováhy**

- Vnitřní síly na desce I uvádějí do *rovnováhy* reakce
- Vnitřní síly na desce II uvádějí do *rovnováhy* vnější zatížení

- **Z podmínek ekvivalence**

- Využijeme principu akce a reakce
- Vnitřní síly na desce I jsou *výslednicí* vnějšího zatížení působícího na desce II
- Deska II je „odňatá část konstrukce“
- **Tento způsob výpočtu budeme využívat dále**

Vnitřní síly – konvence



Vnitřní síly – postup výpočtu

Leonhard Euler



Určení průběhu vnitřních sil

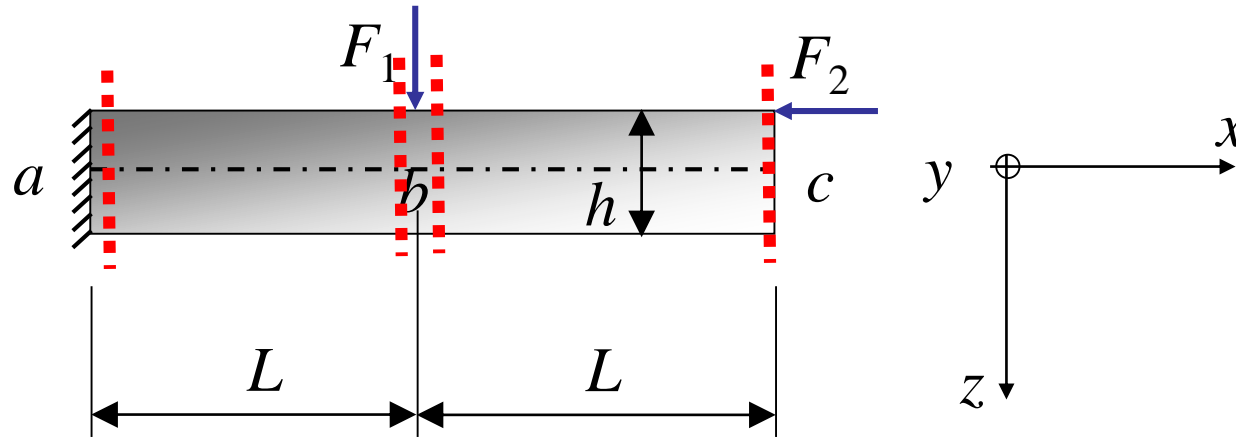
- Výpočet reakcí [jsou-li nutné]
- Volba souřadného systému
 - Pravotočivý
 - Osa x rovnoběžná s osou prutu

Výpočet vnitřních sil *v průřezu*

- Myšleným řezem konstrukci rozdělíme na dvě části
- Jednu část označíme za „odňatou“
- Určíme „znaménko“ plošky [dle vnější normály n]
- Dle „znaménka“ určíme orientaci vnitřních sil
- Jednotlivé složky určíme jako *výslednici* zatížení působící na odňaté části konstrukce
- Pomocí *podmínek rovnováhy* můžeme kontrolovat

1707—1783

Příklad 1



$$N^c = -F_2$$

$$V^c = 0$$

$$M^c = F_2 \cdot \frac{h}{2}$$

$$N^b = -F_2$$

$$V^{bc} = 0; V^{ba} = F_1$$

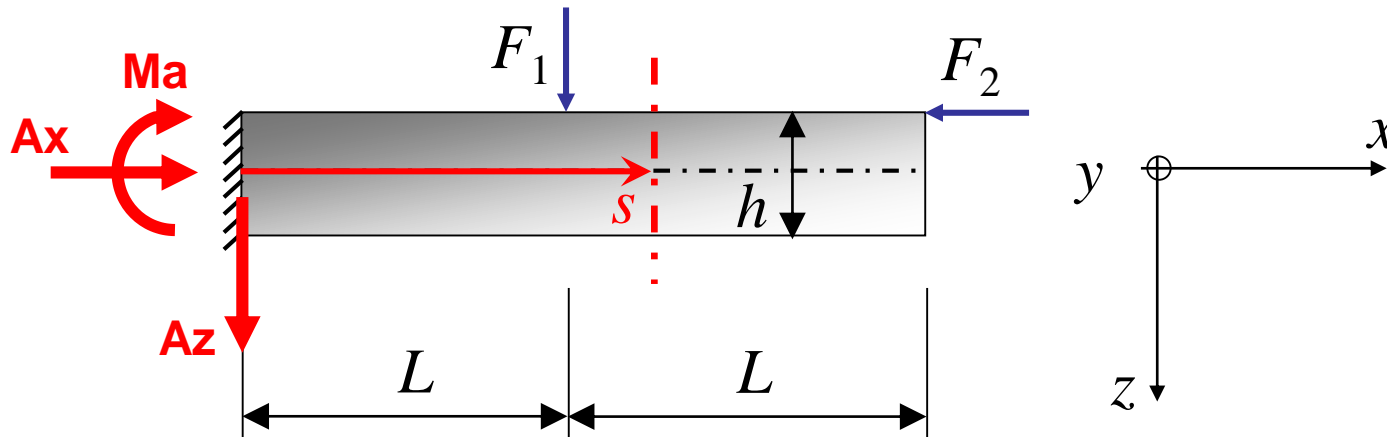
$$M^c = F_2 \cdot \frac{h}{2}$$

$$N^a = -F_2$$

$$V^a = F_1$$

$$M^a = F_2 \cdot \frac{h}{2} - F_1 \cdot L$$

Funkce vnitřních sil na rovinné konzole



Analytické vyjádření

- Polohu řezu parametrizujeme pomocí parametru s **nezávislém** na souřadném systému $\{x, y, z\}$
- Aplikujeme postup z „průřezu“

$$0 < s < L$$

$$L < s < 2L$$

$$\leftarrow: N_x(s) = -A_x$$

$$\leftarrow: N_x(s) = -A_x$$

$$\uparrow: V_z(s) = -A_z$$

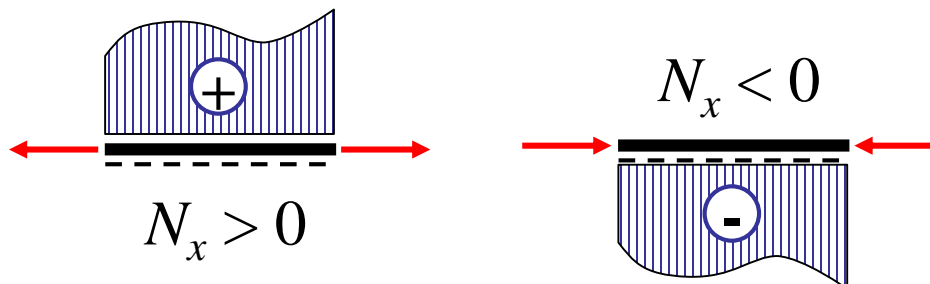
$$\uparrow: V_z(s) = -A_z - F_1$$

$$\curvearrowright: M_y(s) = M_a - A_z \cdot s$$

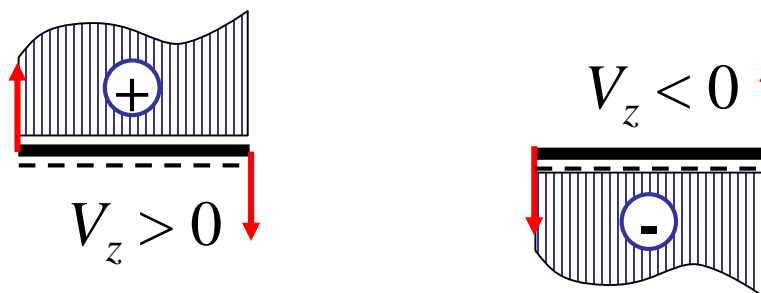
$$\curvearrowright: M_y(s) = M_a - A_z \cdot s - F_1 \cdot (s - L)$$

Zásady vykreslování průběhu vnitřních sil: Rovinné konstrukce

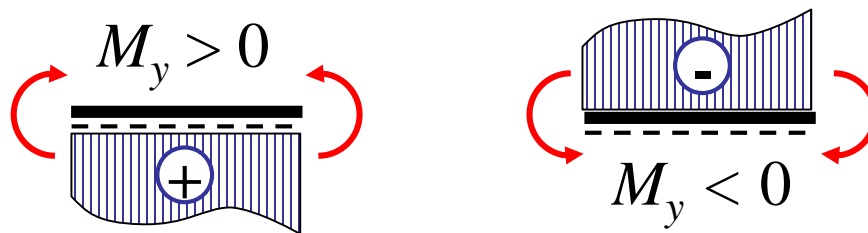
Normálová síla N_x
[orientace není striktní]



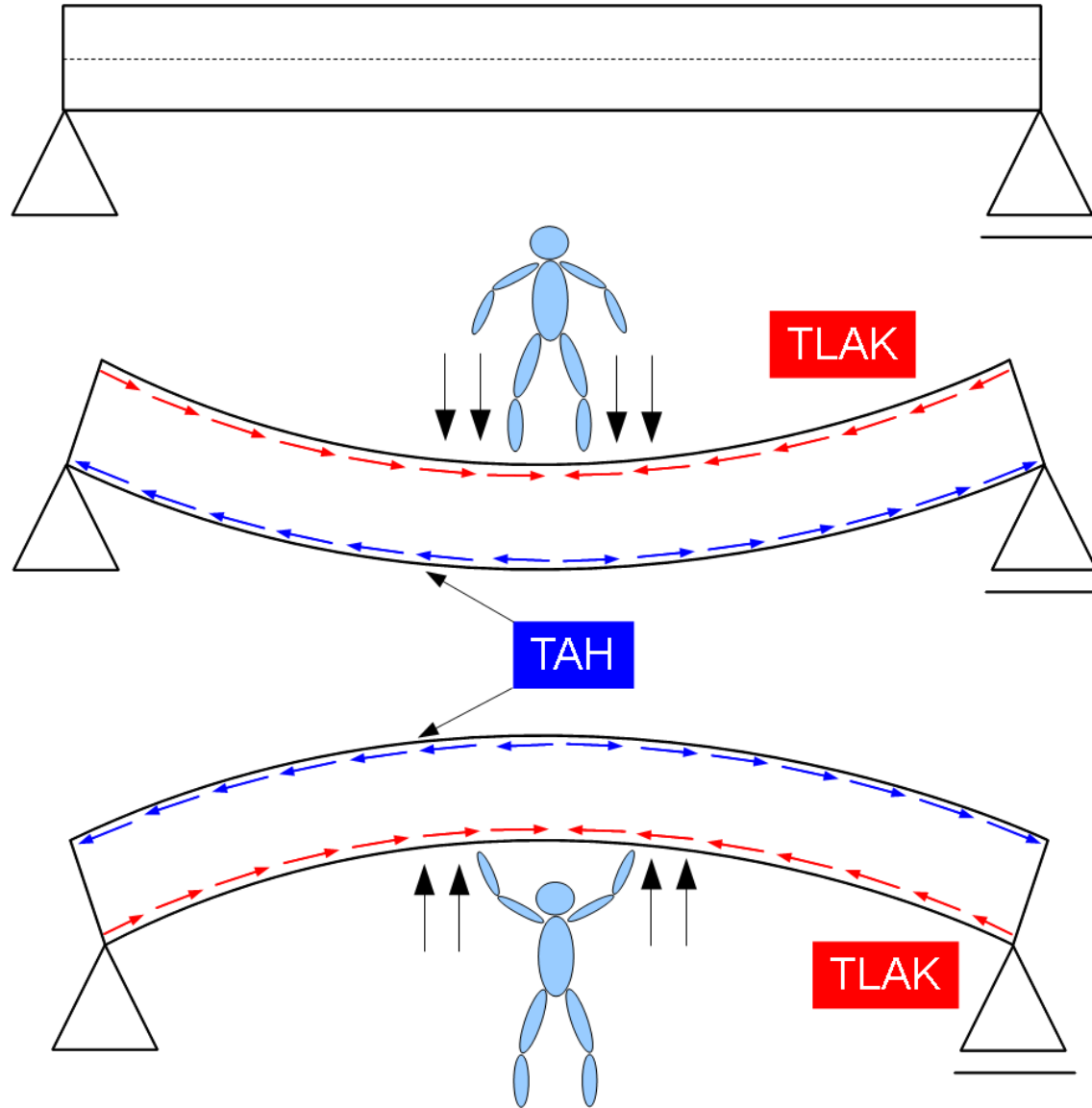
Posouvající síla V_z
[orientace není striktní]



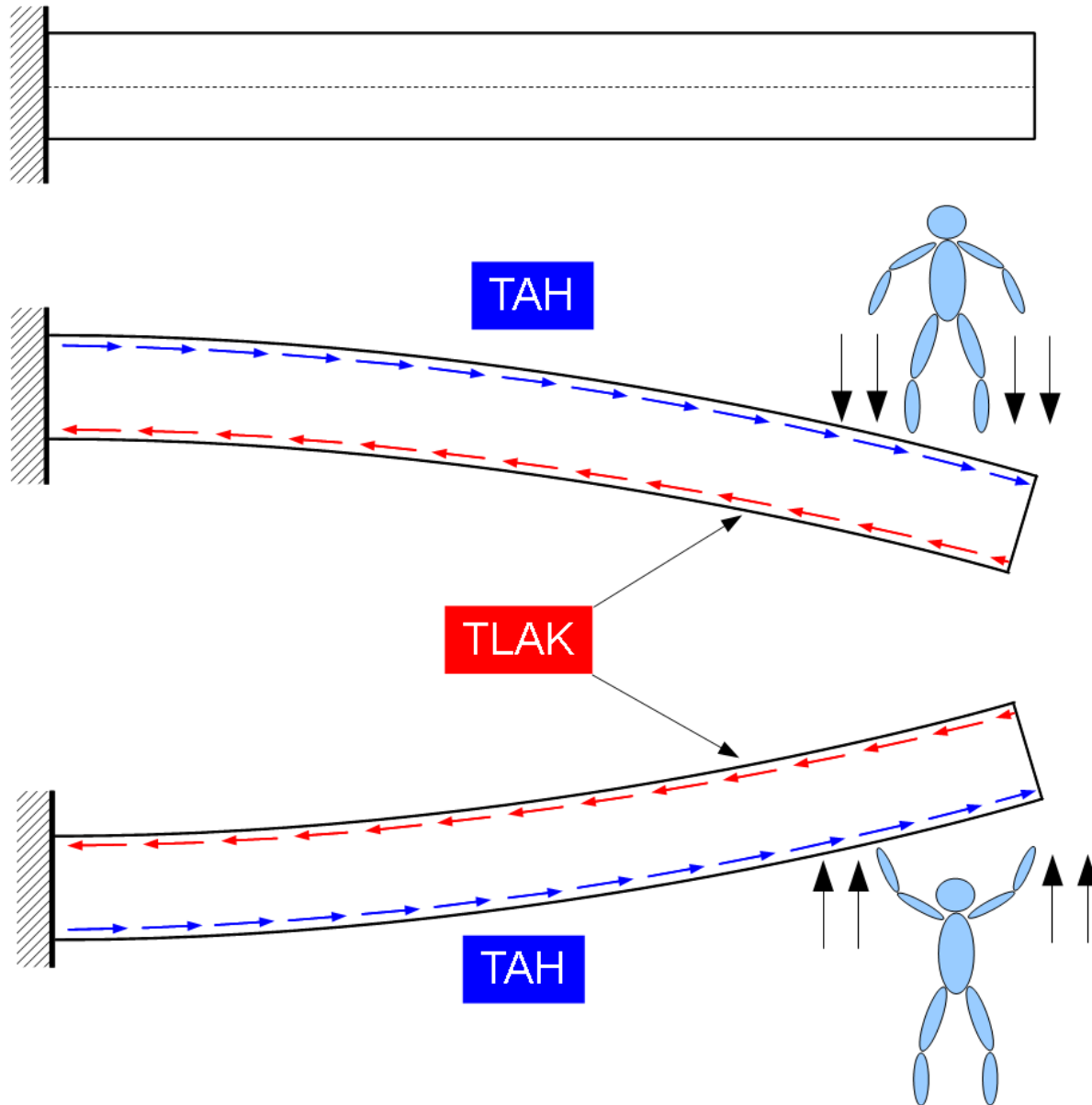
Ohybový moment M_y
[k *taženým vláknům*]



Určení tažených a tlačných vláken

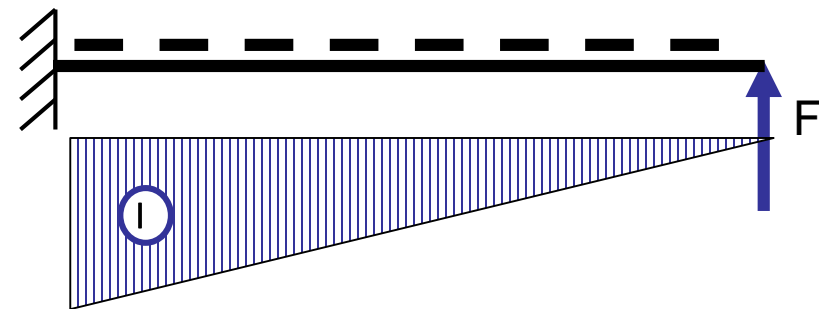
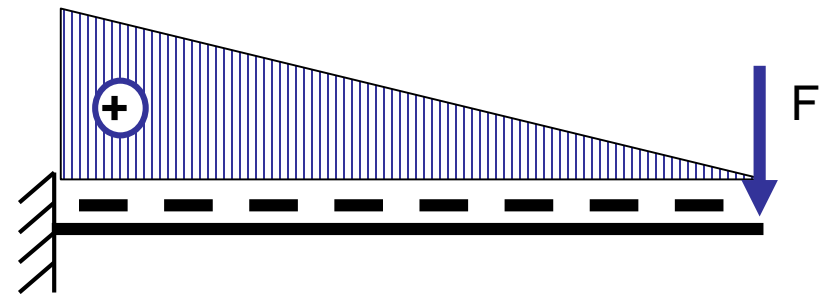
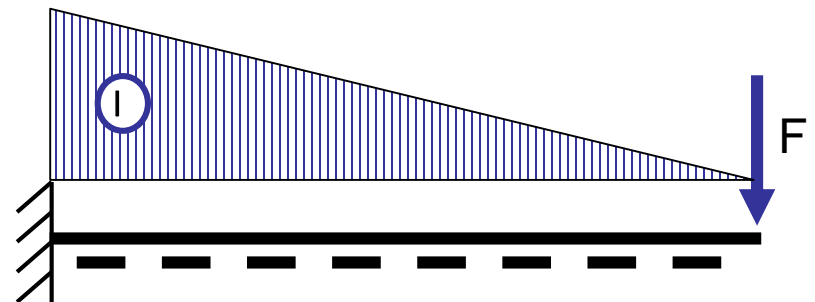
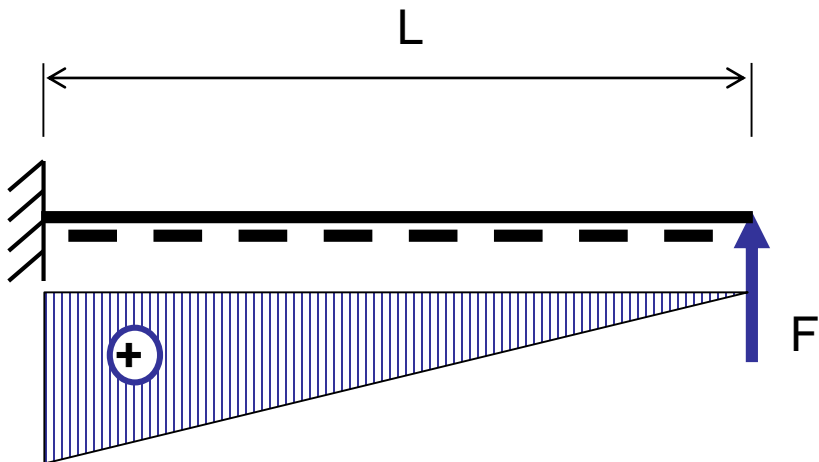


Určení tažených a tlačných vláken

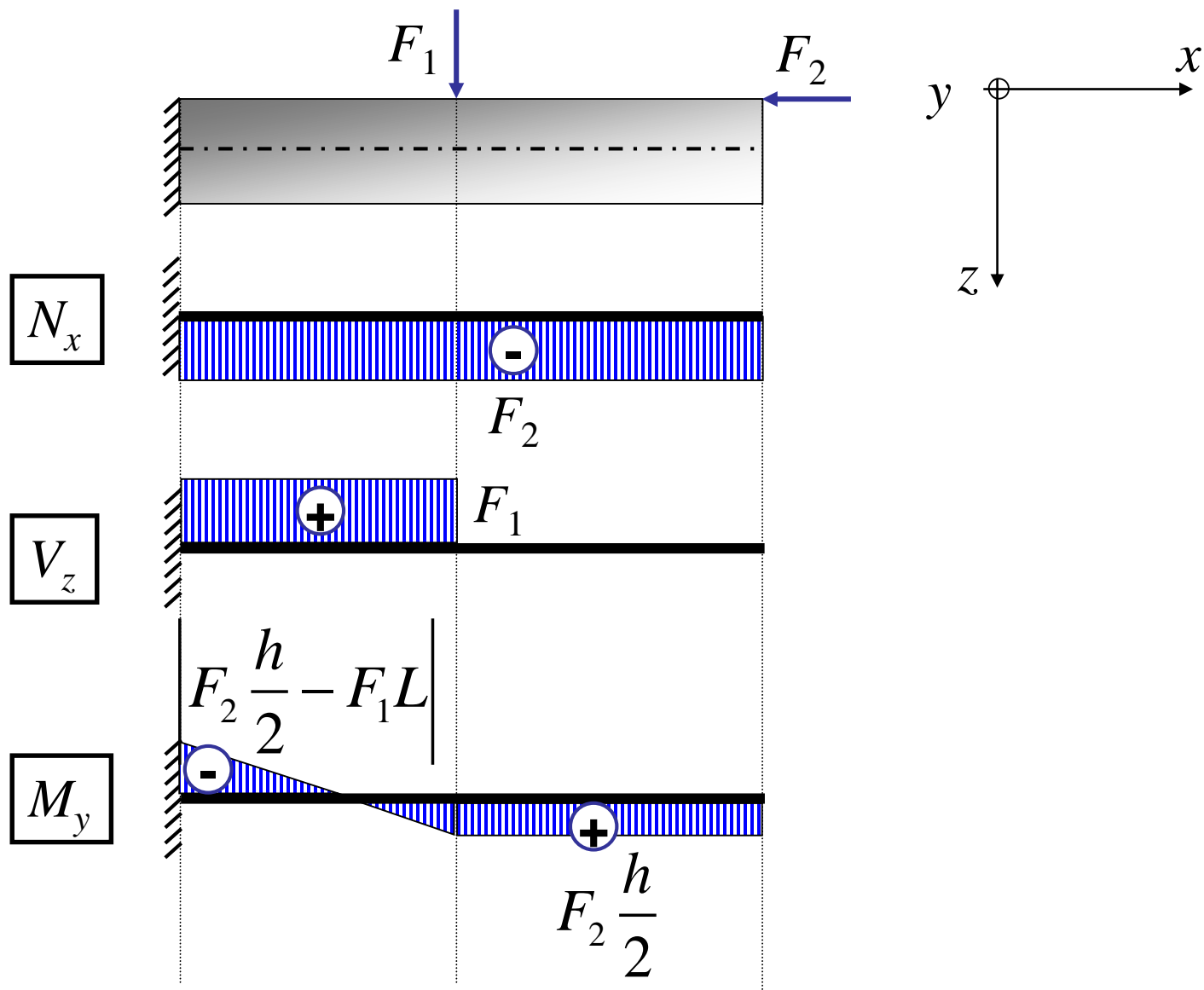


Určení tažených a tlačných vláken

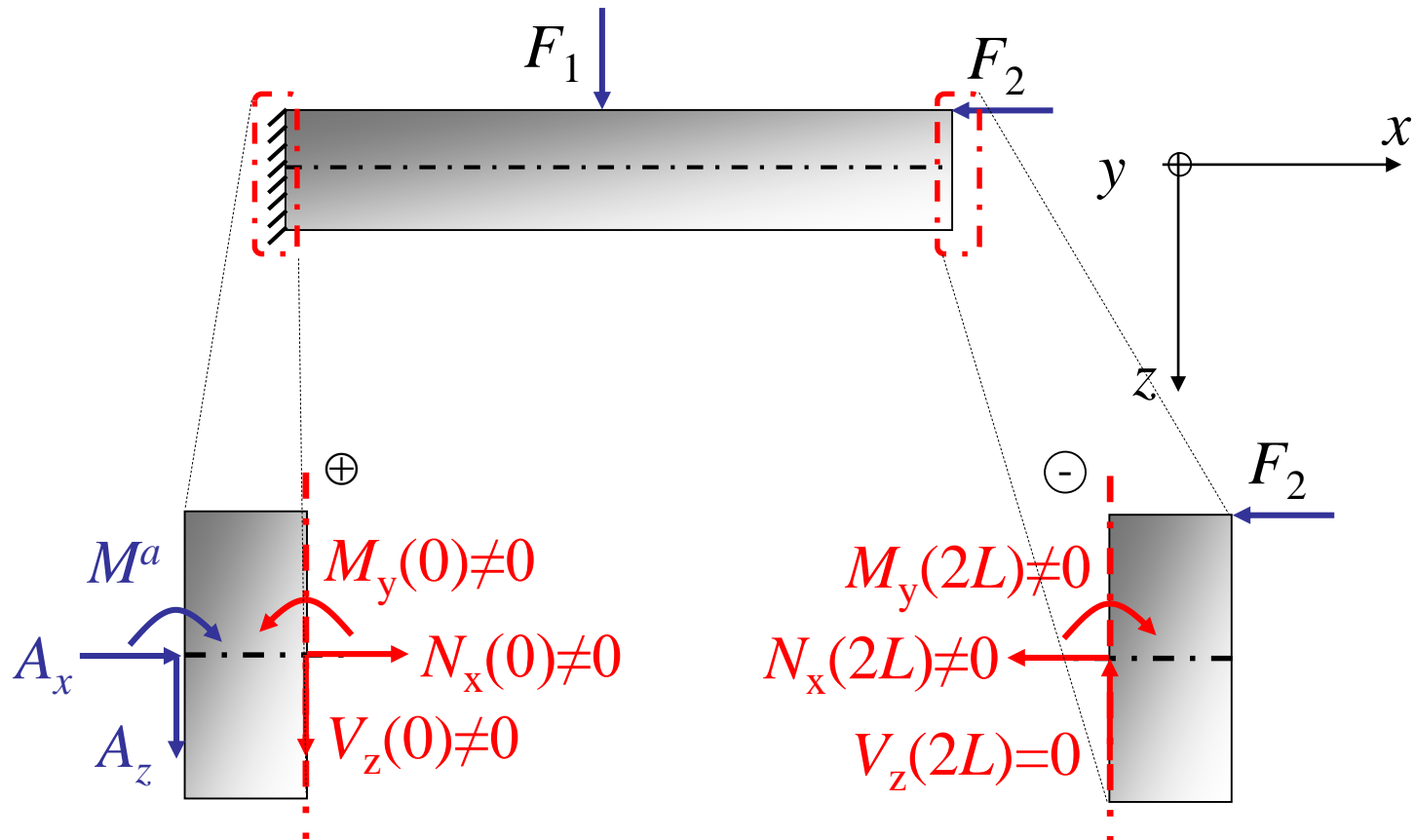
Vztah volby **spodních vláken** a znaménka ohybových momentů



Př. 2 Vykreslení vnitřních sil

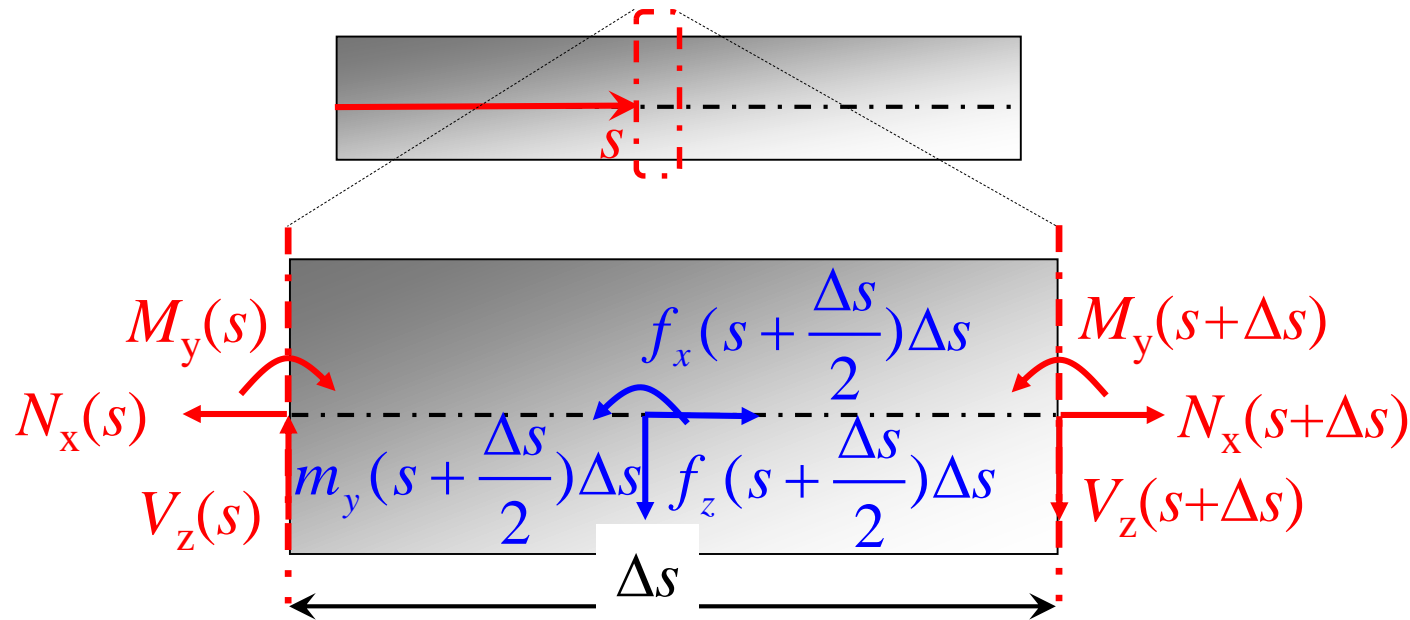


Kontrola pomocí podmínek rovnováhy [Statické] okrajové podmínky



- Soustava sil {vnější zatížení, reakce, vnitřní síly} na **neodňaté části** konstrukce je v **rovnováze**
- Lze využít k rychlé kontrole na okraji konstrukce

Kontrola pomocí podmínek rovnováhy “Vnitřek“ konstrukce



$$\rightarrow -N_x(s) + N_x(s + \Delta s) + f_x \left(s + \frac{\Delta s}{2} \right) \Delta s = 0$$

$$\downarrow -V_z(s) + V_z(s + \Delta s) + f_z \left(s + \frac{\Delta s}{2} \right) \Delta s = 0$$

$$\curvearrowright -M_y(s) + M_y(s + \Delta s) - V_z(s) \frac{\Delta s}{2} - V_z(s + \Delta s) \frac{\Delta s}{2} + m_y \left(s + \frac{\Delta s}{2} \right) \Delta s = 0$$

Kontrola pomocí podmínek rovnováhy Schwedlerovy věty

- Vydělení Δs a limitní přechod

Johann Wilhelm
Schwedler



1823-1894

$$\rightarrow \frac{dN_x(s)}{ds} = -f_x(s)$$

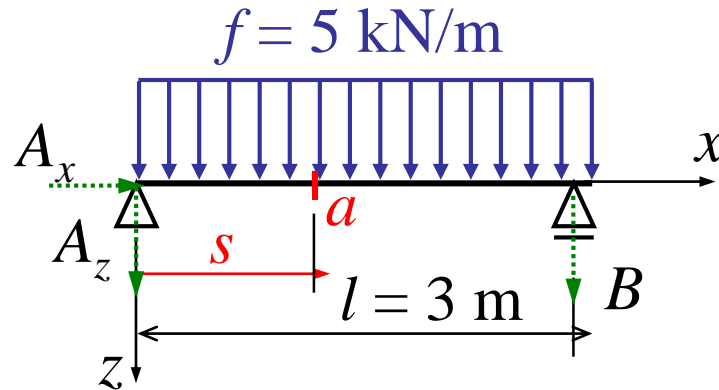
$$\downarrow \frac{dV_z(s)}{ds} = -f_z(s)$$

$$\curvearrowright \frac{dM_y(s)}{ds} = -m_y(s) + V_z(s)$$

Kontrola

- Analytického vyjádření
- *Vykreslení vnitřních sil*

Př. 3 Vykreslete průběh vnitřních sil

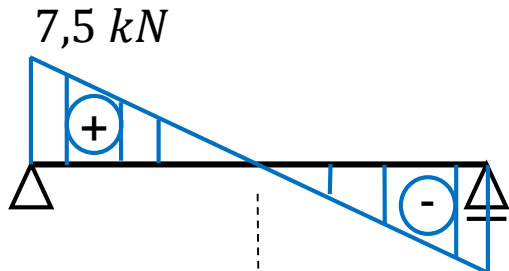


(N)



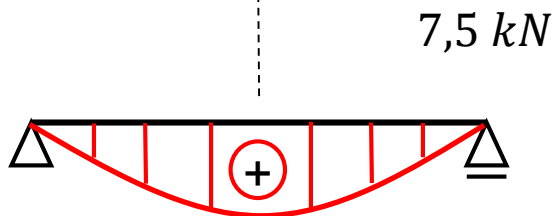
$$\frac{dV_z(s)}{ds} = -f_z(s) = 5$$

(V)



$$\frac{dM_y(s)}{ds} = V_z(s) = 7,5 - 5 \cdot s$$

(M)



$$M_y(s) = 7,5 \cdot s - 5 \cdot \frac{s^2}{2}$$

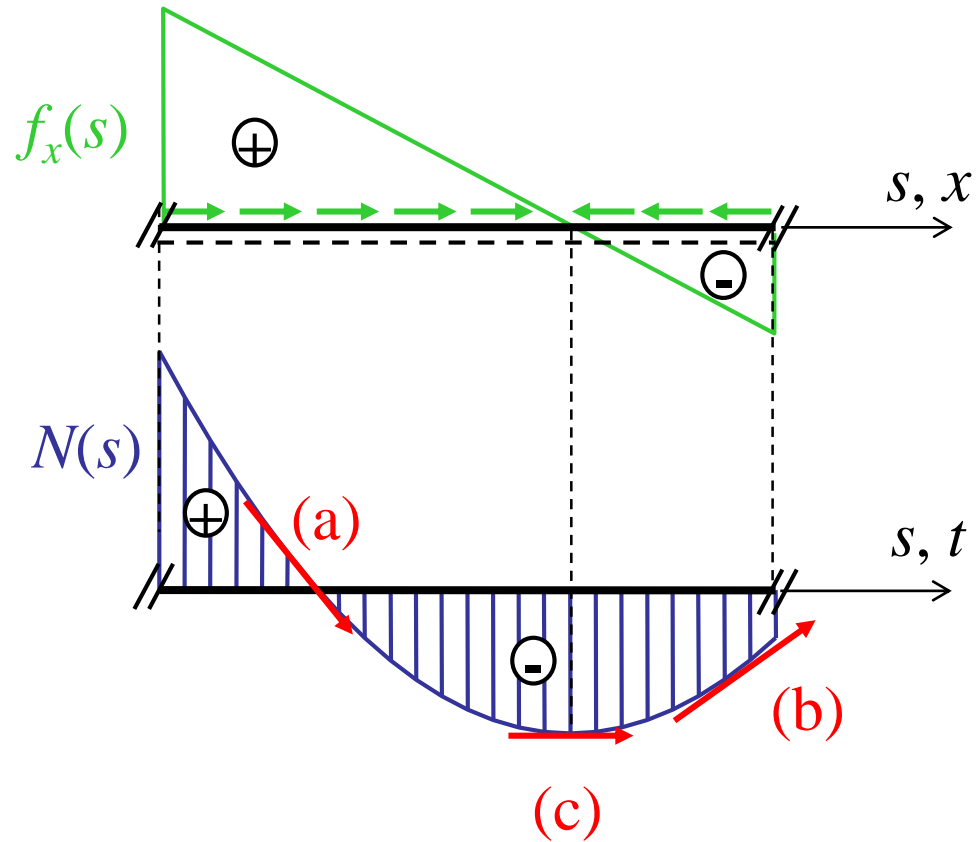
$$\frac{1}{8} \cdot f \cdot l^2 = 5,625 \text{ kNm}$$

Důsledky Schwedlerových vět (N)

Johann Wilhelm
Schwedler



1823-1894

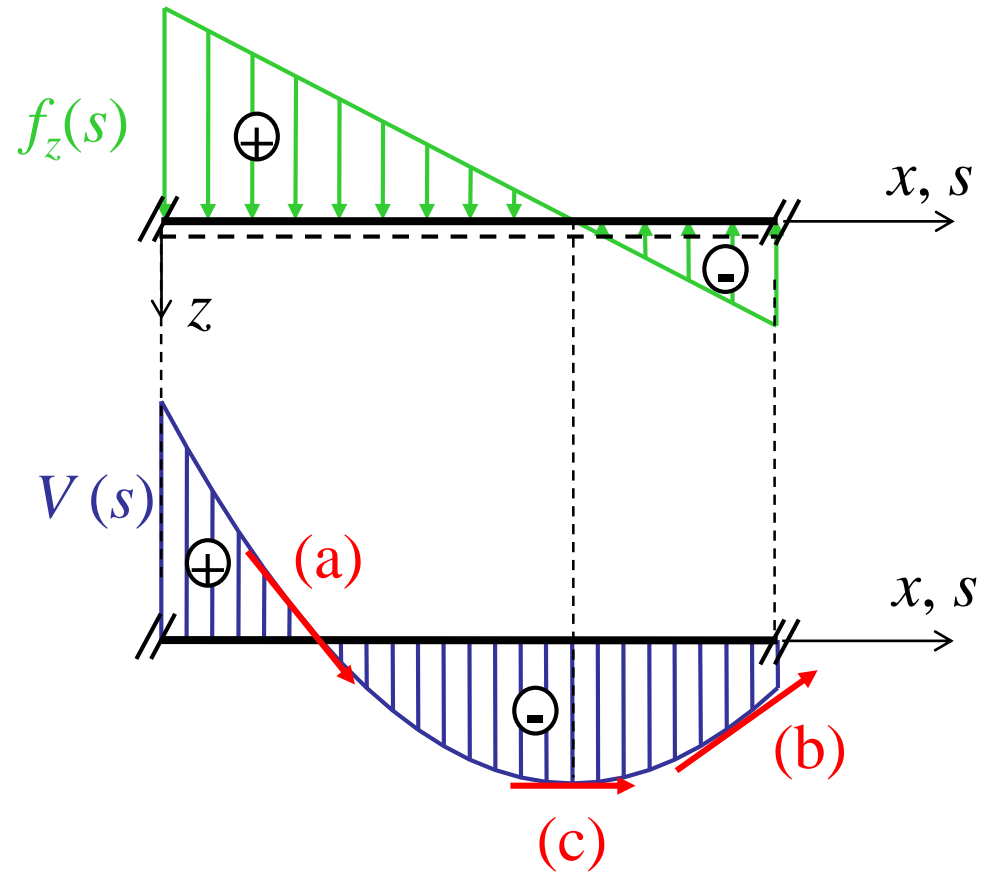


Důsledky Schwedlerových vět (V)

Johann Wilhelm
Schwedler



1823-1894

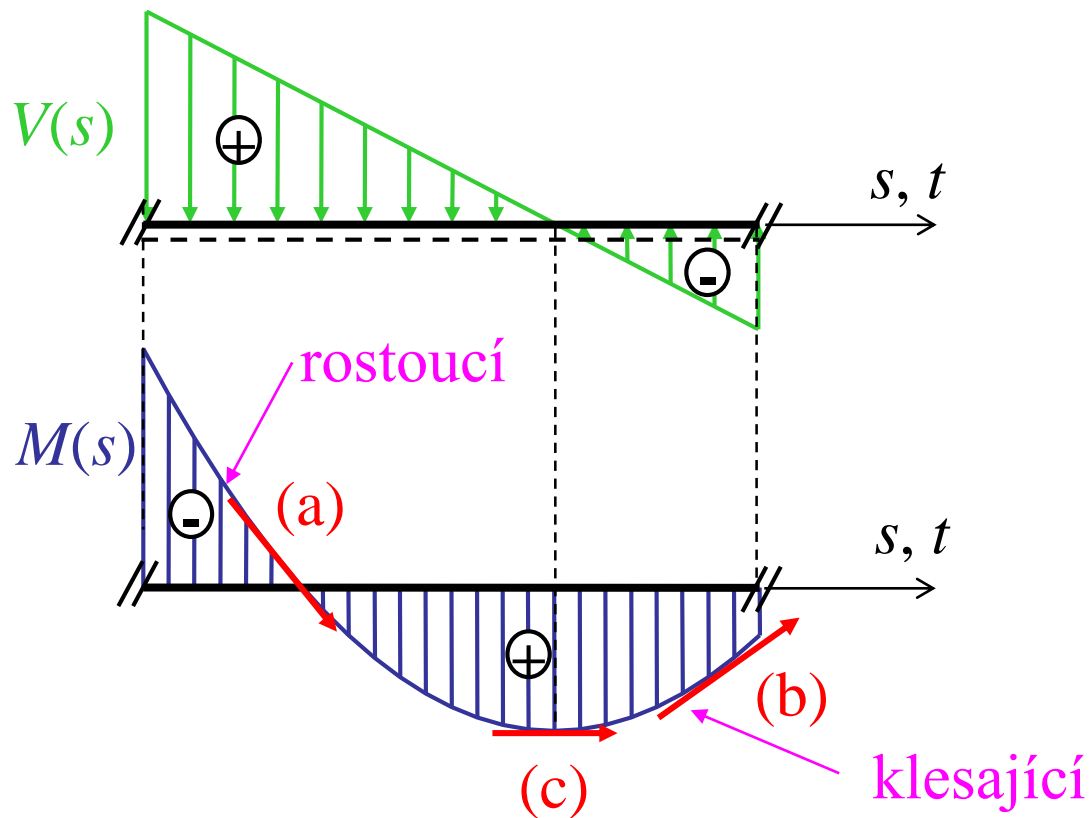


Důsledky Schwedlerových vět (M)

Johann Wilhelm
Schwedler



1823-1894



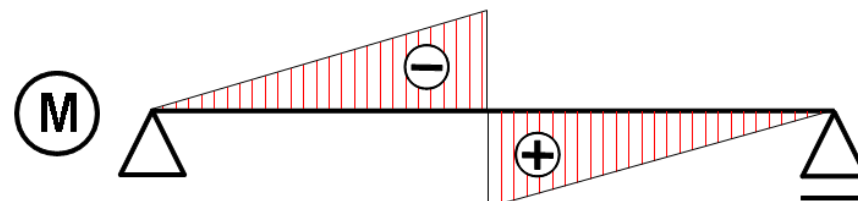
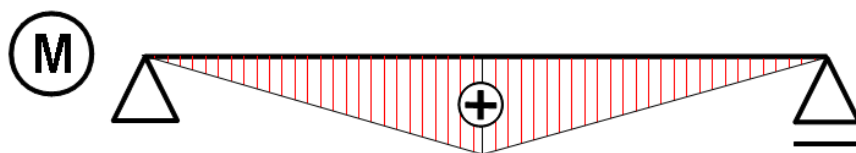
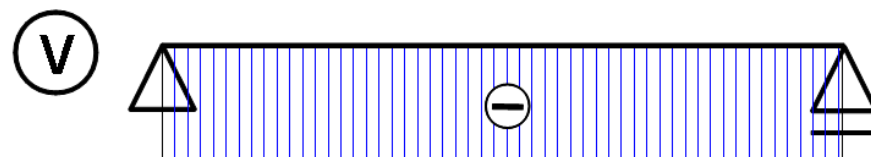
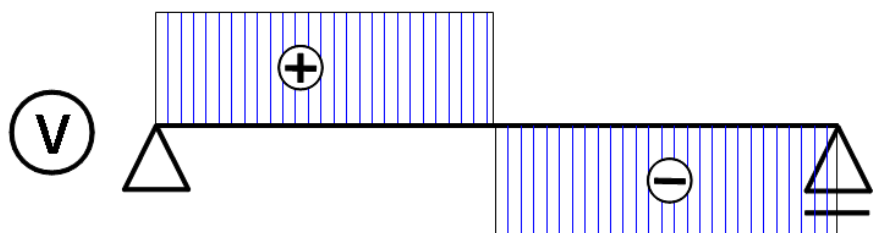
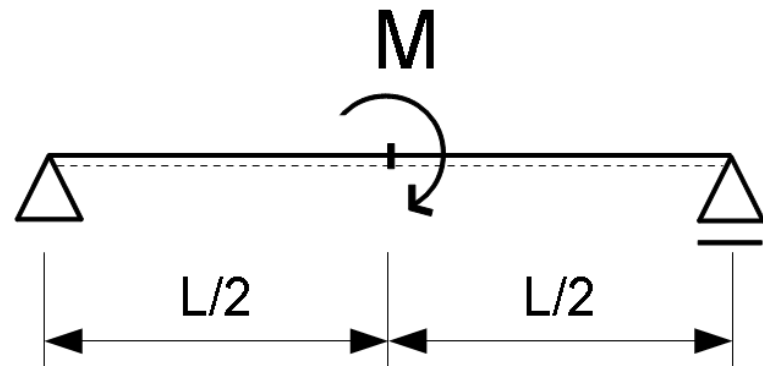
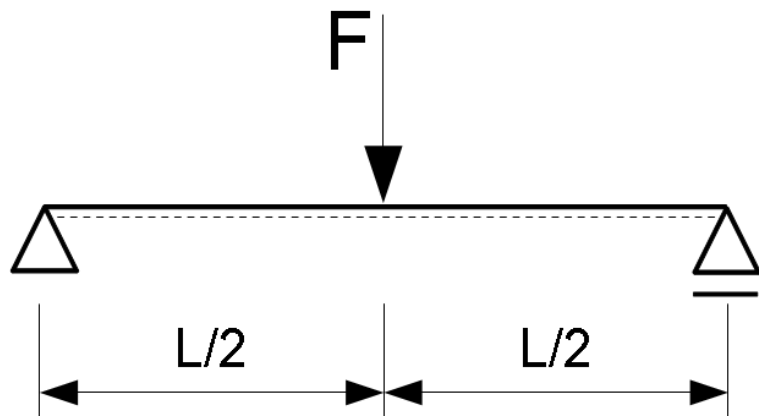
Důsledky Schwedlerových vět

Shrnutí

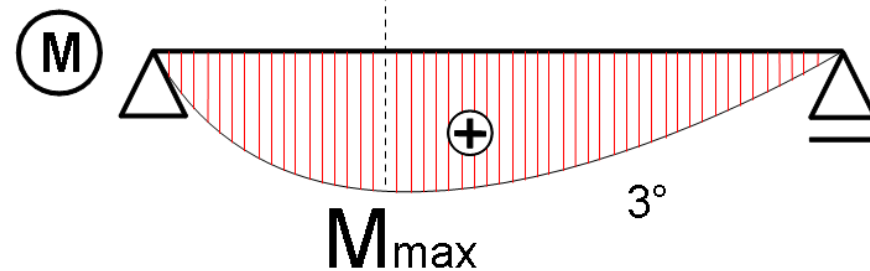
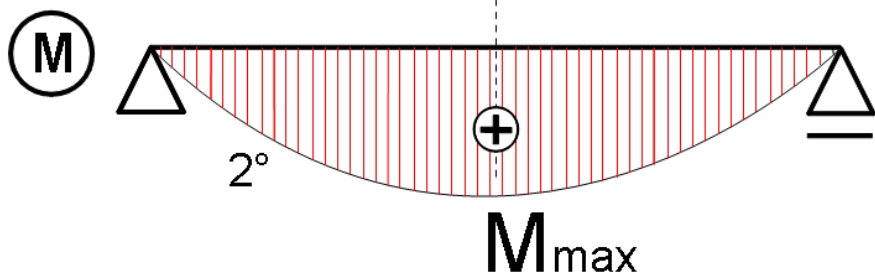
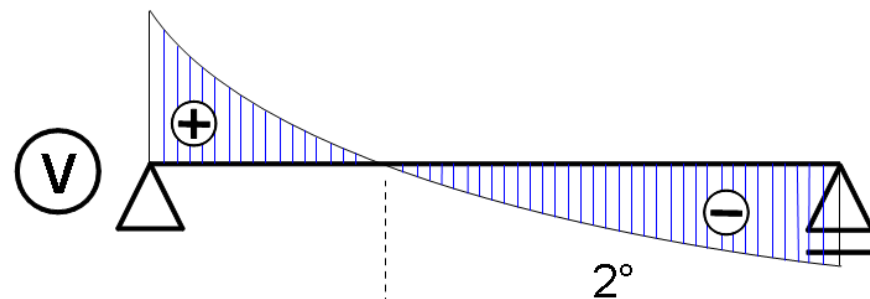
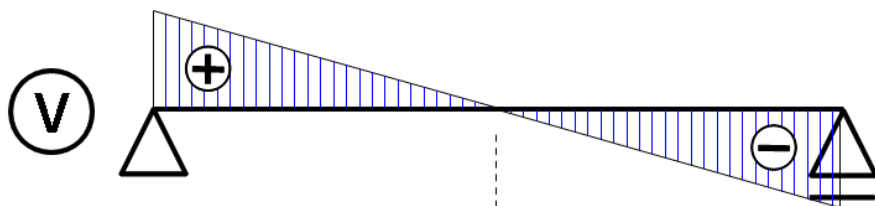
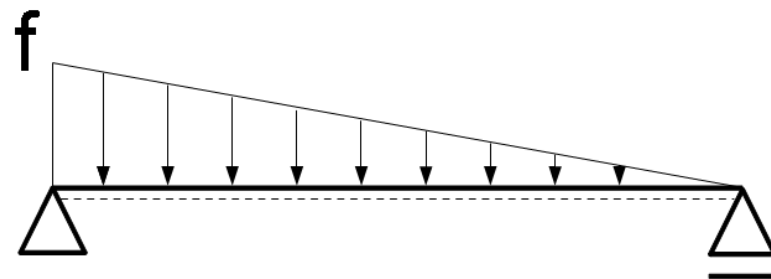
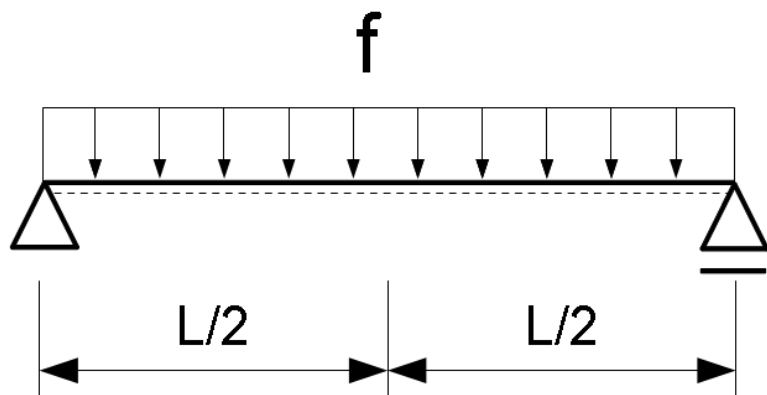
| | | | | |
|------------|--------|----------|-------------|-------------------------|
| fce. f_x | 0 | konst. | lineární | polynom n° |
| fce. N | konst. | lineární | kvadratická | polynom $(n+1)^{\circ}$ |

| | | | | |
|------------|----------|-------------|-------------|-------------------------|
| fce. f_z | 0 | konst. | lineární | polynom n° |
| fce. V | konst. | lineární | kvadratická | polynom $(n+1)^{\circ}$ |
| fce. M | lineární | kvadratická | kubická | polynom $(n+2)^{\circ}$ |

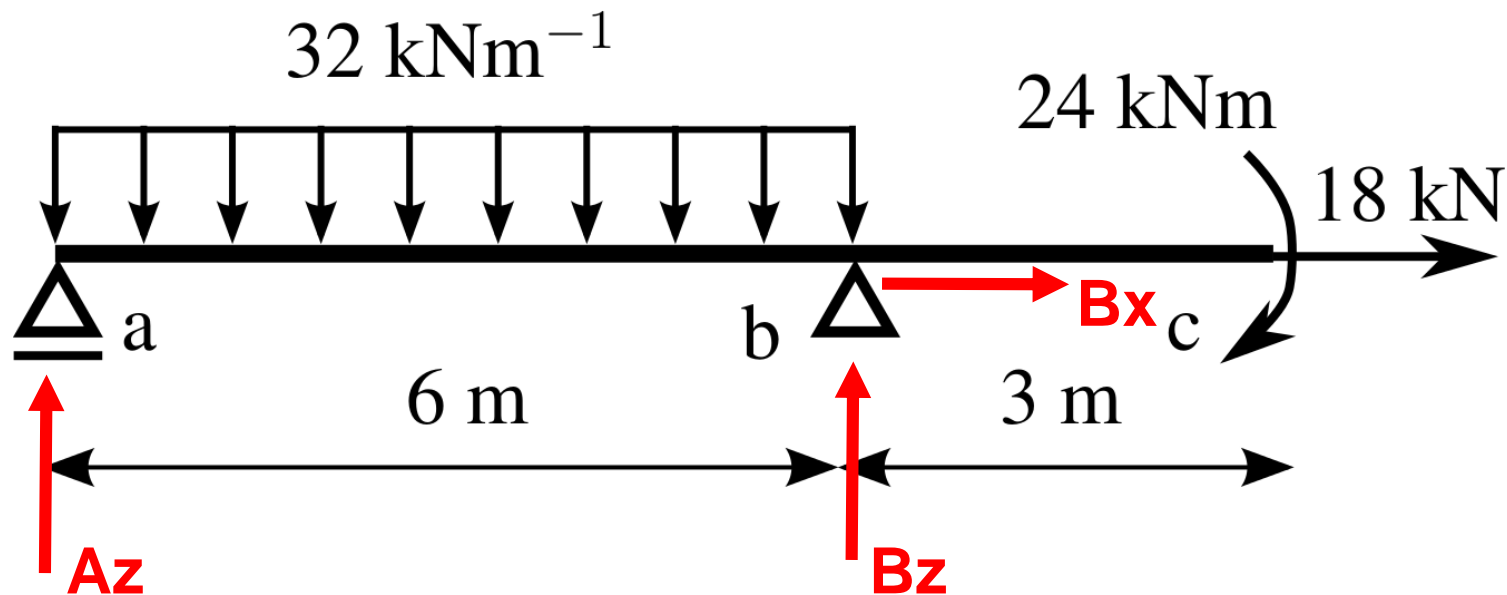
Základní průběhy V a M



Základní průběhy V a M



Př. 4 Vykreslete průběh vnitřních sil

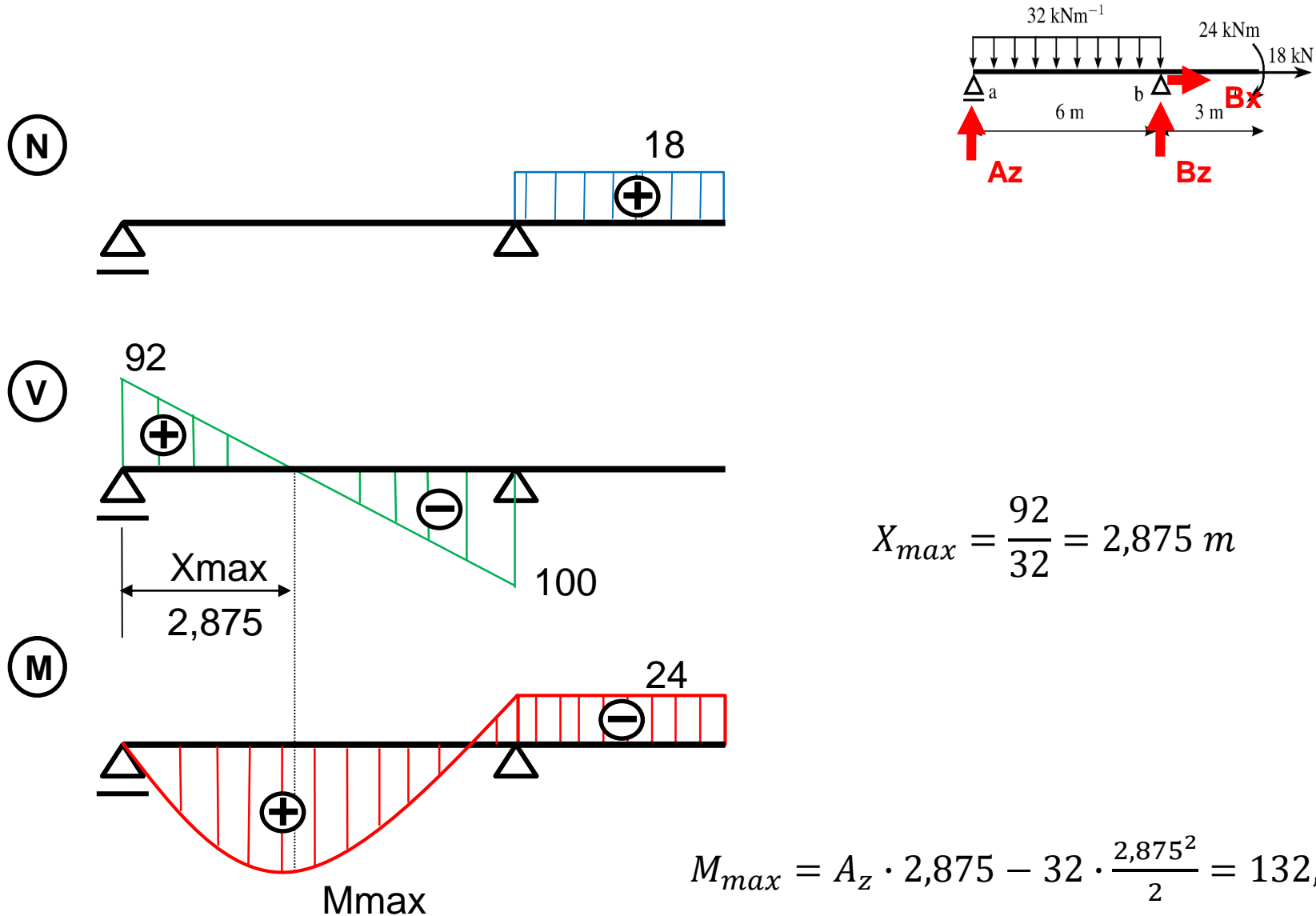


$$\rightarrow: B_x + 18 = 0 \Rightarrow B_x = -18 \text{ kN}$$

$$\cup a: -B_z \cdot 6 + 32 \cdot \frac{6^2}{2} + 24 = 0 \Rightarrow B_z = 100 \text{ kN}$$

$$\uparrow: A_z + B_z - 32 \cdot 6 = 0 \Rightarrow A_z = 92 \text{ kN}$$

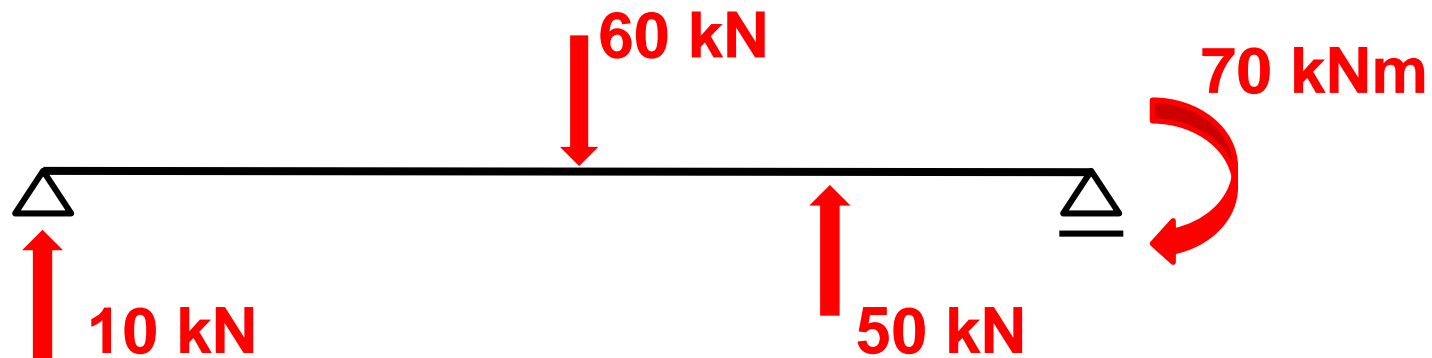
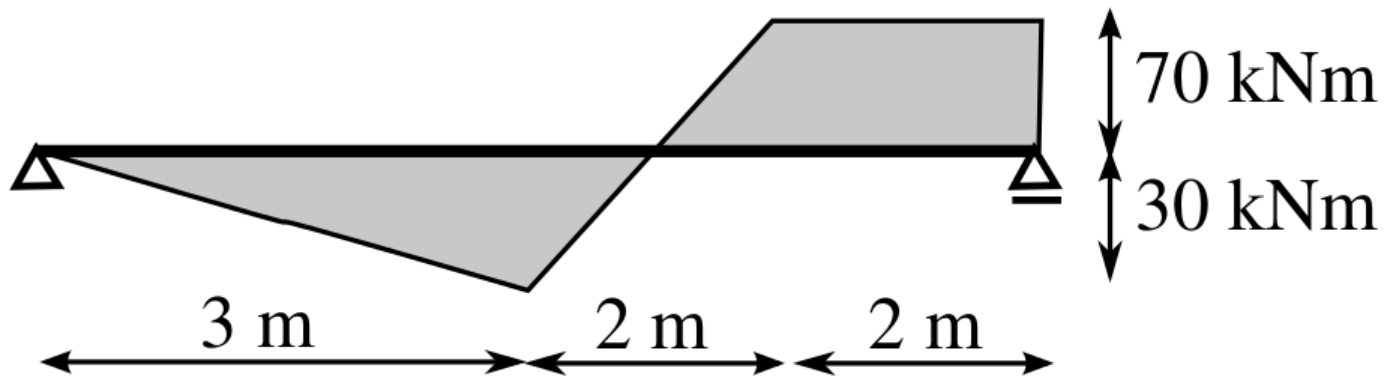
Př. 4 Vykreslete průběh vnitřních sil



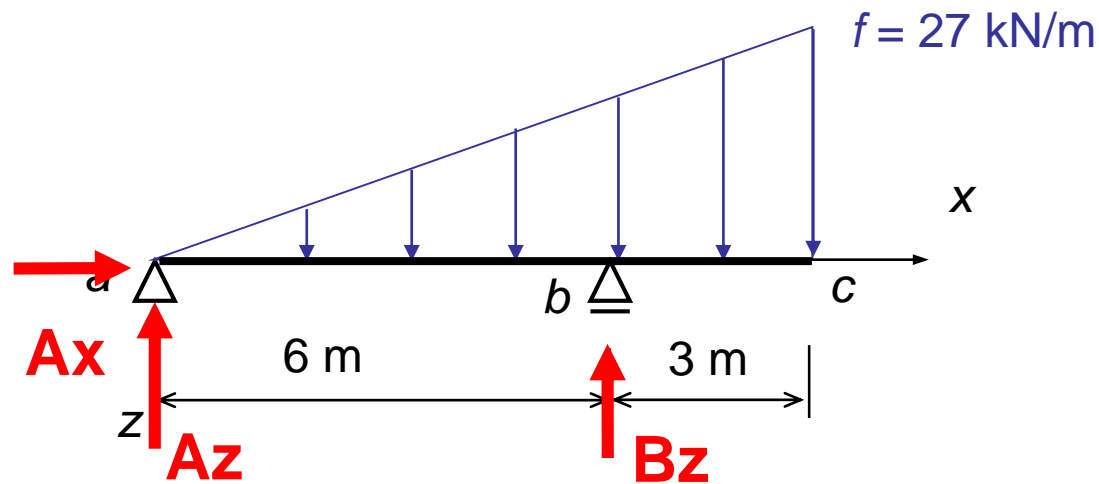
$$X_{max} = \frac{92}{32} = 2,875 \text{ m}$$

$$M_{max} = A_z \cdot 2,875 - 32 \cdot \frac{2,875^2}{2} = 132,25 \text{ kNm}$$

Př. 5 Pro daný průběh momentů určete průběh vnitřních sil a zatížení konstrukce



Př. 6 Vykreslete průběh vnitřních sil a napište analytické vyjádření vnitřních sil

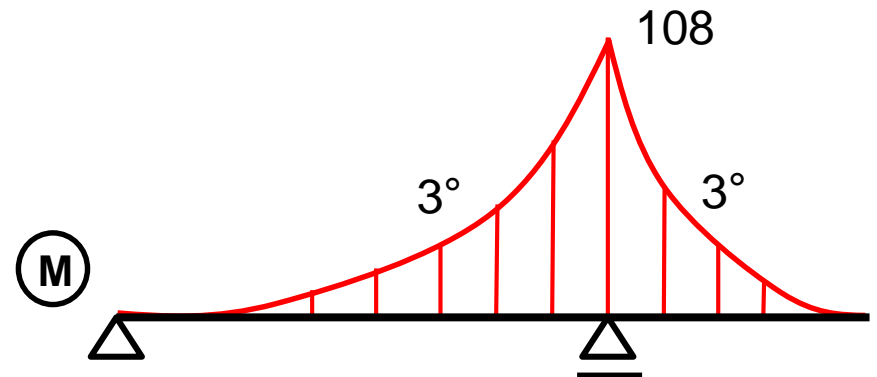
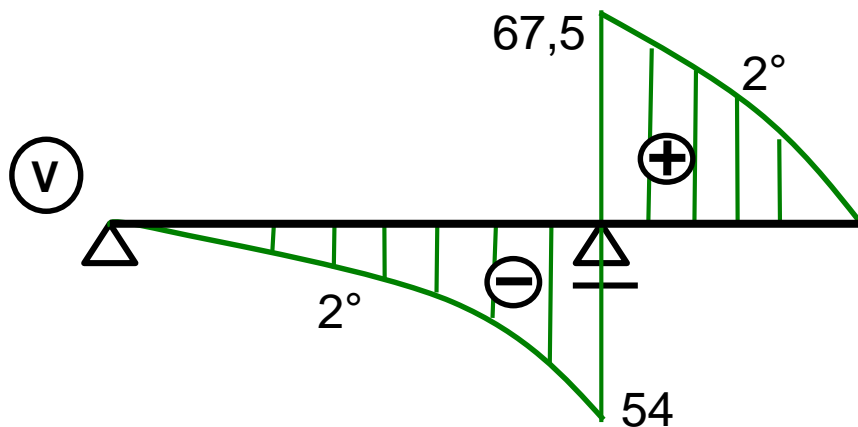
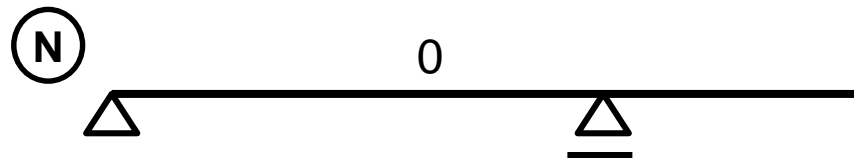
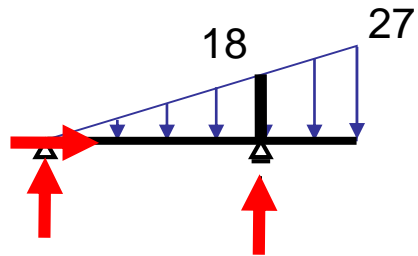


$$\rightarrow: A_x = 0$$

$$\curvearrow a: -B_z \cdot 6 + \left\{ \frac{1}{2} \cdot 27 \cdot 9 \right\} \cdot \frac{2}{3} \cdot 9 = 0 \Rightarrow B_z = 121,5 \text{ kN}$$

$$\uparrow: A_z + B_z - \frac{1}{2} \cdot 27 \cdot 9 = 0 \Rightarrow A_z = 0 \text{ kN}$$

Př. 6 Vykreslete průběh vnitřních sil a napište analytické vyjádření vnitřních sil



Tento dokument je určen výhradně jako doplněk k přednáškám z předmětu Stavební mechanika 1A pro studenty Stavební fakulty ČVUT v Praze. Dokument je průběžně doplňován, opravován a aktualizován a i přes veškerou snahu autora může obsahovat nepřesnosti a chyby.

Při přípravě této přednášky byla použita řada materiálů volně přístupných na serveru en.wikipedia.org a materiálů laskavě poskytnutých Janem Zemanem, Petrem Kabelem, Matějem Lepšem, Vítem Šmilauerem a Michalem Polákem ze Stavební fakulty ČVUT v Praze.

Pokud v textu objevíte nějakou chybu nebo budete mít námět na jeho vylepšení, ozvěte se prosím na jira@fsv.cvut.cz

Datum poslední revize: 7.11.2016