

IV. Metody a příklady výpočtu odezvy

1. **Modální analýza pomocí spektra odezvy – symetrická vícepodlažní budova**
2. **Příklad**
3. **Ukázka výpočtu seismické odezvy**
4. **Metoda postupného přitěžování**
5. **Displacement-based seismic design**

1. Modální analýza pomocí spektra odezvy – symetrická vícepodlažní budova

- podlaží jsou tuhá ve své vlastní rovině
- budova má 2 roviny symetrie
- zemětřesení působí jako horizontální zatížení ve směru os symetrie
- směrový vektor $\mathbf{r}^s$ je jednotkový vektor
- matice hmotnosti je diagonální, její prvky m_j jsou hmotnosti jednotlivých podlaží

Pohybové rovnice pro daný akcelerogram

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{r}^s\ddot{u}_g(t)$$

Rozklad posunutí do vlastních tvarů

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{j=1}^N \boldsymbol{\phi}_j q_j(t) = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{q}(t)$$



1. Modální analýza pomocí spektra odezvy – symetrická vícepodlažní budova

Modální rovnice

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T \mathbf{C} \Phi \dot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T \mathbf{K} \Phi \mathbf{q}(t) = -\Phi^T \mathbf{M} \mathbf{r}^s \ddot{u}_g(t)$$

S ohledem na **ortogonalitu vlastních tvarů** platí

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \quad \text{je diagonální matice s prvky:} \quad M_j = \phi_j^T \mathbf{M} \phi_j = \sum_{i=1}^N m_i \phi_{i(j)}^2$$

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi \quad \text{je diagonální matice s prvky:} \quad K_j = \omega_j^2 \phi_j^T \mathbf{M} \phi_j = \omega_j^2 M_j$$

Je-li **úlum klasický**, platí:

$$\Phi^T \mathbf{C} \Phi \quad \text{je diagonální matice s prvky:} \quad C_j = \phi_j^T \mathbf{C} \phi_j M_j = 2\xi_j \omega_j M_j$$

$$\text{Pro } \textbf{normované vlastní tvary} \text{ dále platí:} \quad M_j = \phi_j^T \mathbf{M} \phi_j = 1$$



1. Modální analýza pomocí spektra odezvy – symetrická vícepodlažní budova

modální rovnice jsou soustavou N **nezávislých** rovnic (klasický útlum)

$$\ddot{q}_j(t) + 2\xi_j\omega_j\dot{q}_j(t) + \omega_j^2q_j(t) = -\Gamma_j\ddot{u}_g(t) \quad \longrightarrow \quad q_{j,\max} = \Gamma_j S_{dj} = \Gamma_j \frac{S_{aj}}{\omega_j^2}$$

součinitel tvaru
(modal participation factor)

$$\Gamma_j = \frac{L_j}{M_j} \quad L_j = \sum_{i=1}^N m_i \phi_{i(j)} \quad M_j = \sum_{i=1}^N m_i \phi_{i(j)}^2$$

maximální hodnota posunutí v bodě k (odpovídající j -tému tvaru kmitání)

$$u_{k(j),\max} = \phi_{k(j)} q_{j,\max} = \phi_{k(j)} \Gamma_j \frac{S_{aj}}{\omega_j^2}$$

maximální hodnota zatížení v bodě k (odpovídající j -tému tvaru kmitání)

$$F_{k(j),\max} = m_k \omega_j^2 \phi_{k(j)} q_{j,\max} = \phi_{k(j)} \Gamma_j m_k S_{aj}$$



1. Modální analýza pomocí spektra odezvy – symetrická vícepodlažní budova

maximální hodnota smykové síly v základu (odpovídající j -tému tvaru kmitání)

$$F_{b(j),\max} = \sum_{k=1}^N F_{k(j),\max} = \sum_{k=1}^N m_k \omega_j^2 \phi_{k(j)} q_{j,\max} = \Gamma_j L_j S_{aj} = \frac{L_j^2}{M_j} S_{aj}$$

efektivní modální hmota (odpovídající j -tému tvaru kmitání)

$$M_{(j)}^{\text{eff}} = \frac{\left(\sum_{i=1}^N m_i \phi_{i(j)} \right)^2}{\sum_{i=1}^N m_i \phi_{i(j)}^2} = \frac{L_j^2}{M_j}$$

$$F_{b(j),\max} = \frac{L_j^2}{M_j} S_{aj} = M_{(j)}^{\text{eff}} S_{aj} \quad \rightarrow \quad \sum_{j=1}^N M_{(j)}^{\text{eff}} = \sum_{k=1}^N m_k$$

efektivní modální hmota =

podíl hmoty participující na odezvě odpovídající j -tému tvaru kmitání



1. Modální analýza pomocí spektra odezvy – symetrická vícepodlažní budova

Modální analýza pomocí spektra odezvy – postup řešení

1. Řešení vlastního kmitání – výpočet prvních P vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitání, obvykle $P < N$ (N je počet stupňů volnosti) o počtu vlastních tvarů rozhoduje efektivní modální hmota

$$\sum_{j=1}^P M_{(j)}^{eff} \geq 0,9 \sum_{k=1}^N m_k$$

2. Stanovení součinitelů tvarů (pro uvažované vlastní tvary, $j = 1, 2, \dots, P$)

$$\Gamma_j = \frac{L_j}{M_j} \quad \text{kde} \quad L_j = \sum_{i=1}^N m_i \phi_{i(j)} \quad M_j = \sum_{i=1}^N m_i \phi_{i(j)}^2$$

3. Odečtení hodnot zrychlení z návrhového spektra $S_{aj}(\omega_j, \xi_j)$

4. Výpočet maximálních hodnot odezvy při kmitání v j -tém tvaru $E_{E(j),\max}$ (pro uvažované vlastní tvary, $j = 1, 2, \dots, P$)



1. Modální analýza pomocí spektra odezvy – symetrická vícepodlažní budova

Modální analýza pomocí spektra odezvy – postup řešení (pokrač.)

- a) posunutí v bodě k
$$u_{k(j),\max} = \phi_{k(j)} \Gamma_j \frac{S_{aj}}{\omega_j^2}$$
- b) seizmická síla v bodě k
$$F_{k(j),\max} = \phi_{k(j)} \Gamma_j m_k S_{aj}$$
- c) smyková síla v základu
$$F_{b(j),\max} = \frac{L_j^2}{M_j} S_{aj} = M_{(j)}^{\text{eff}} S_{aj}$$

5. Výpočet maximálních účinku seizmického zatížení

pravidlo SRSS
square-root-of-sum-of-squares

$$E_E = \left(\sum_{j=1}^P E_{E(j),\max}^2 \right)^{1/2} \quad \text{je-li} \quad T_i \leq 0,9T_j \quad (\text{pro } T_i < T_j)$$

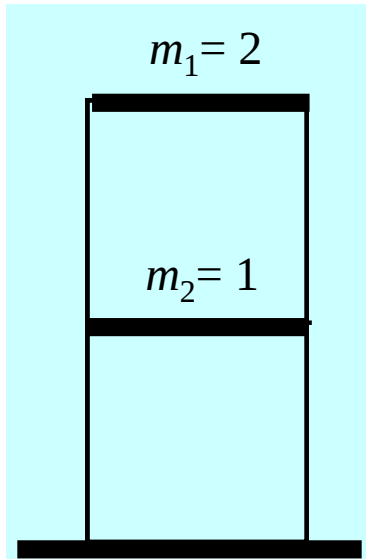
pravidlo CQC
complete quadratic combination

$$E_E = \left(\sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^P \rho_{ij} E_{E(i),\max} E_{E(j),\max} \right)^{1/2}$$
$$\rho_{ij} = \frac{8\sqrt{\xi_i \xi_j} (\xi_i + \beta_{ij} \xi_j) \beta_{ij}^{3/2}}{(1 - \beta_{ij}^2)^2 + 4\xi_i \xi_j \beta_{ij} (1 + \beta_{ij}^2) + 4(\xi_i^2 + \xi_j^2) \beta_{ij}^2} \quad \beta_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j}$$



2. Příklad

Modální analýza pomocí spektra odezvy



$$K = \begin{bmatrix} 300 & -300 \\ -300 & 500 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \begin{bmatrix} 7.07 \\ 24.494 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} 0.889 \\ 0.256 \end{bmatrix} \quad \Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.667 & -3 \end{bmatrix}$$

vlastní frekvence, periody a tvary kmitání

pro danou periodu
se zrychlení S_a
odečte ze spektra

$$\Rightarrow T_1 = 0.889 \text{ sec} \Rightarrow S_a(T_1) \equiv S_{a(1)} = 9.93 \text{ m / sec}^2$$

$$S_{d(1)} = S_{a(1)} / \omega_1^2 = 9.93 / 50 = 0.1986 \text{ m}$$

$$\Rightarrow T_2 = 0.256 \text{ sec} \Rightarrow S_a(T_2) \equiv S_{a(2)} = 13.29 \text{ m / sec}^2$$

$$S_{d(2)} = S_{a(2)} / \omega_2^2 = 13.29 / 600 = 0.0222 \text{ m}$$

2. Příklad

$$M_{(1)} = \sum_i m_i \phi_{i(1)}^2 = 2.444$$

$$M_{(2)} = \sum_i m_i \phi_{i(2)}^2 = 11$$

$$L_{(1)} = \sum_i m_i \phi_{i(1)} = 2.667$$

$$L_{(2)} = \sum_i m_i \phi_{i(2)} = -1$$

$$\Gamma_{(1)} = \frac{L_{(1)}}{M_{(1)}} = 1.091$$

$$\Gamma_{(2)} = \frac{L_{(2)}}{M_{(2)}} = -0.091$$

výpočet posunutí
(viz kap. 2)

$$u_{k(j)} = \frac{\phi_{k(j)} \sum_i m_i \phi_{i(j)}}{\sum_i m_i \phi_{i(j)}^2} S_{d(j)} = \Gamma_{(j)} S_{d(j)} \phi_{k(j)}$$

$$u_{(1)} = \Gamma_{(1)} S_{d(1)} \phi_{(1)} = 1.091 * 0.1986 \begin{bmatrix} 1 \\ 0.667 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.217 \\ 0.144 \end{bmatrix}$$

$$u_{(2)} = \Gamma_{(2)} S_{d(2)} \phi_{(2)} = -0.091 * 0.0222 \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0022 \\ 0.006 \end{bmatrix}$$



2. Příklad

výpočet zatížení
(viz kap. 2)

$$F_{k(j)} = \frac{\phi_{k(j)} \sum_i m_i \phi_{i(j)}}{\sum_i m_i \phi_{i(j)}^2} m_k S_{a(j)} = \Gamma_{(j)} S_{a(j)} m_k \phi_{k(j)}$$

$$F_{(1)} = \Gamma_{(1)} S_{a(1)} M \phi_{(1)} = 1.091 * 9.93 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.667 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21.7 \\ 7.2 \end{bmatrix}$$

$$\text{nebo: } F_{(1)} = Ku_{(1)} = \begin{bmatrix} 300 & -300 \\ -300 & 500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.217 \\ 0.144 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21.9 \\ 6.9 \end{bmatrix}$$

$$F_{(2)} = \Gamma_{(2)} S_{a(2)} M \phi_{(2)} = -0.091 * 13.29 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.4 \\ 3.6 \end{bmatrix}$$

$$\text{nebo: } F_{(2)} = Ku_{(2)} = \begin{bmatrix} 300 & -300 \\ -300 & 500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.002 \\ 0.006 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.4 \\ 3.6 \end{bmatrix}$$

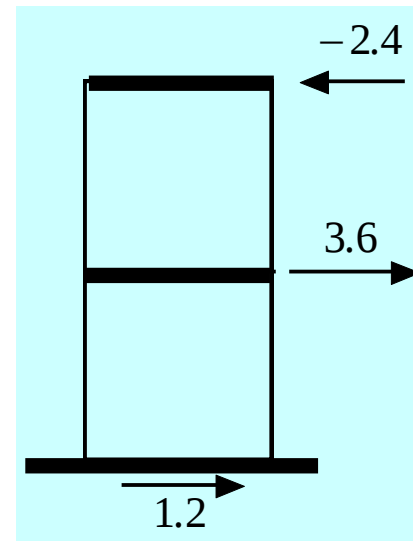
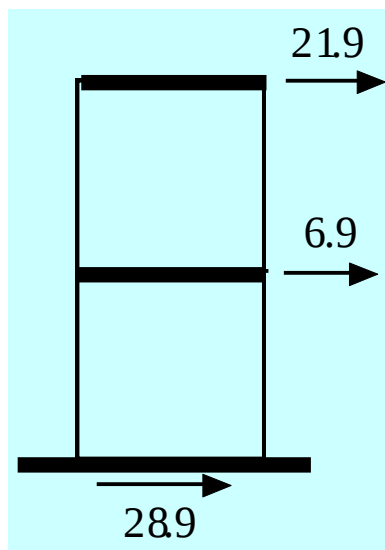
alternativní výpočet posunutí
(jako odezva na seizmické zatížení)

$$u_{(j)} = K^{-1} F_{(j)}$$



2. Příklad

zatížení



síla v základech

metoda SRSS -
max. hodnota posunutí
a síly v základech

$$u_{\max} = \sqrt{\begin{bmatrix} 0.217^2 + (-0.002)^2 \\ 0.144^2 + 0.006^2 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 0.217 \\ 0.144 \end{bmatrix}$$

(zcela dominantní je
zde vliv 1. vl. tvaru)

$$F_{b,\max} = \sqrt{28.9^2 + 1.2^2} = 28.9$$

2. Příklad

efektivní
modální
hmota

$$M_{(1)}^{eff} = \frac{\left(\sum_i m_i \phi_{i(1)} \right)^2}{\sum_i m_i \phi_{i(1)}^2} = \frac{\left(L_{(1)} \right)^2}{M_{(1)}} = \frac{2.667^2}{2.444} = 2.910$$

$$M_{(2)}^{eff} = \frac{\left(\sum_i m_i \phi_{i(2)} \right)^2}{\sum_i m_i \phi_{i(2)}^2} = \frac{\left(L_{(2)} \right)^2}{M_{(2)}} = \frac{(-1)^2}{11} = 0.091$$

$$\sum_j M_{(j)}^{eff} = 3 = \sum_i m_i$$



2. Příklad

Zjednodušený postup 1:

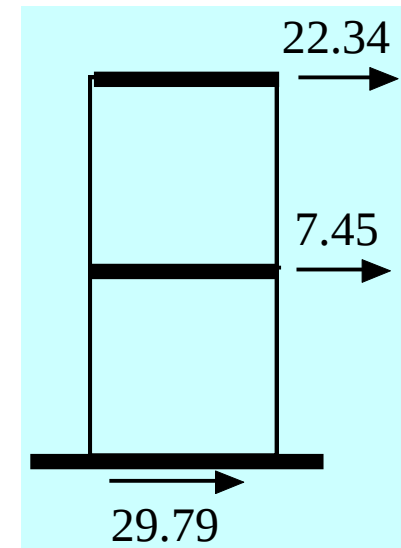
výpočet zatížení – uvažuje se pouze 1. vlastní tvar kmitání

$$F_b = S_{a(1)} \sum_i m_i = 9.93 * (2 + 1) = 29.79$$

$$F_j = F_b \frac{\phi_{j(1)} m_j}{\sum_i \phi_{i(1)} m_i} = F_b \frac{\phi_{j(1)} m_j}{L_{(1)}}$$

$$F_1 = 29.79 \frac{1 * 2}{2.667} = 22.34$$

$$F_2 = 29.79 \frac{0.667 * 1}{2.667} = 7.45$$



2. Příklad

Zjednodušený postup 2:

výpočet zatížení – základní tvar kmitání se uvažuje jako přímka

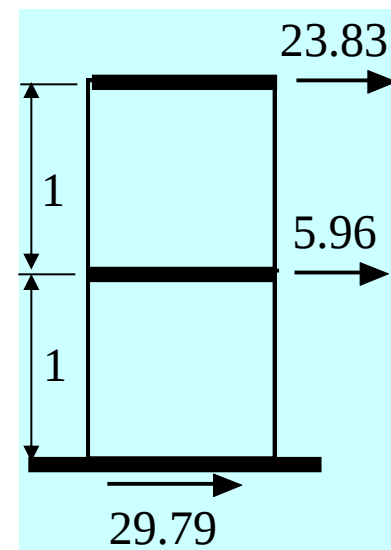
$$F_b = S_{a(1)} \sum_i m_i = 9.93 * (2 + 1) = 29.79$$

$$\sum_i z_i m_i = 2 * 2 + 1 * 1 = 5$$

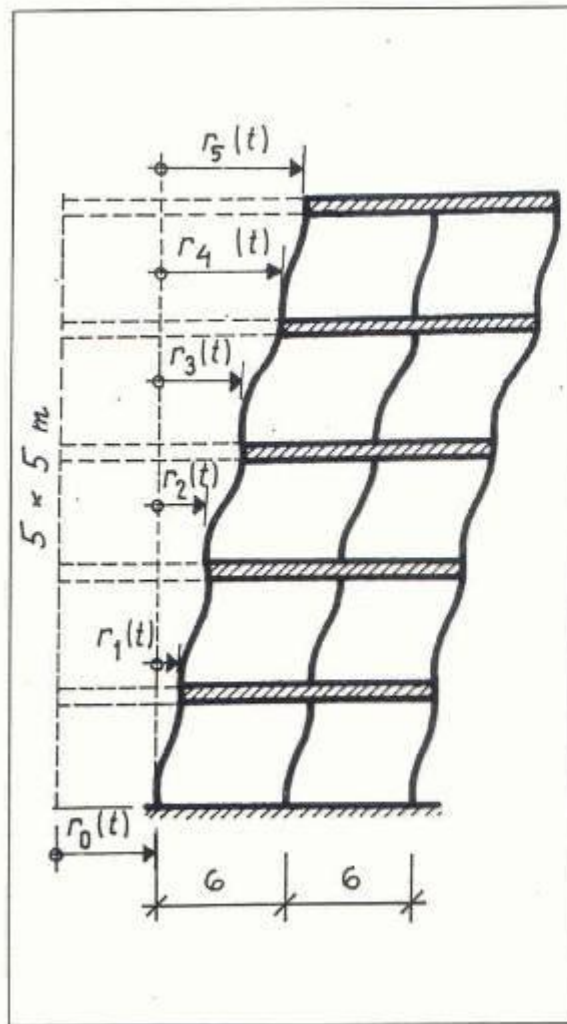
$$F_j = F_b \frac{z_j m_j}{\sum_i z_i m_i}$$

$$F_1 = 29.79 \frac{2 * 2}{5} = 23.83$$

$$F_2 = 29.79 \frac{1 * 1}{5} = 5.96$$



3. Ukázka výpočtu seismické odezvy



Příklad výpočtu odezvy

$E = 26\,500 \text{ MPa}$

útlum 5%

sloupy $0.40 \times 0.40 \text{ m}$

$I = 2.13 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$

$\rho = 2\,500 \text{ kg/m}^3$

příčle $0.40 \times 0.60 \text{ m}$

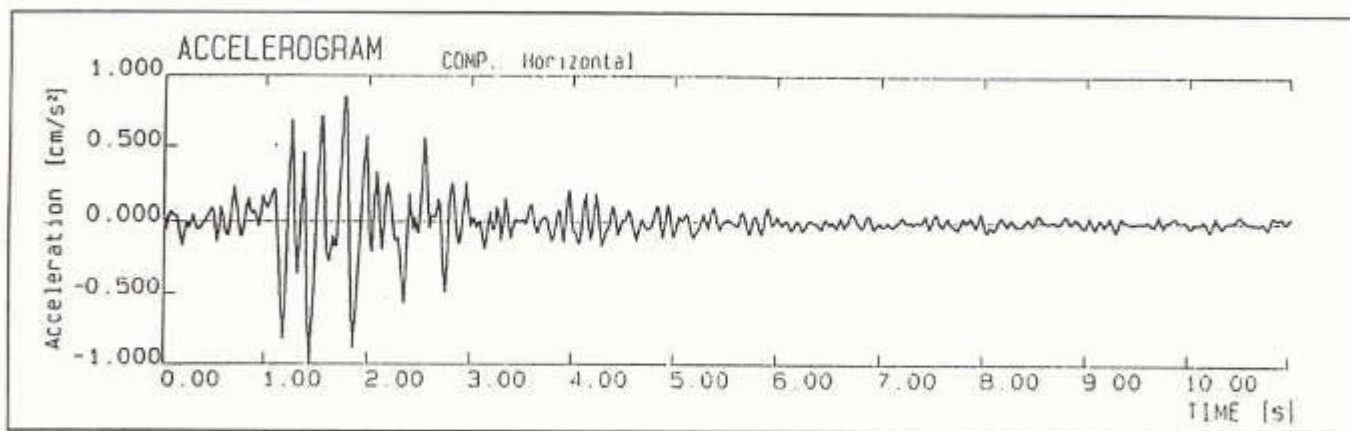
$I = 7.20 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$

$\rho = 5\,000 \text{ kg/m}^3$

3. Ukázka výpočtu seizmické odezvy

Řešení přímou integrací

Akceleroogram - Kalifornie, 7° MSK, $a_{max} = 1.028 \text{ m/s}^2$



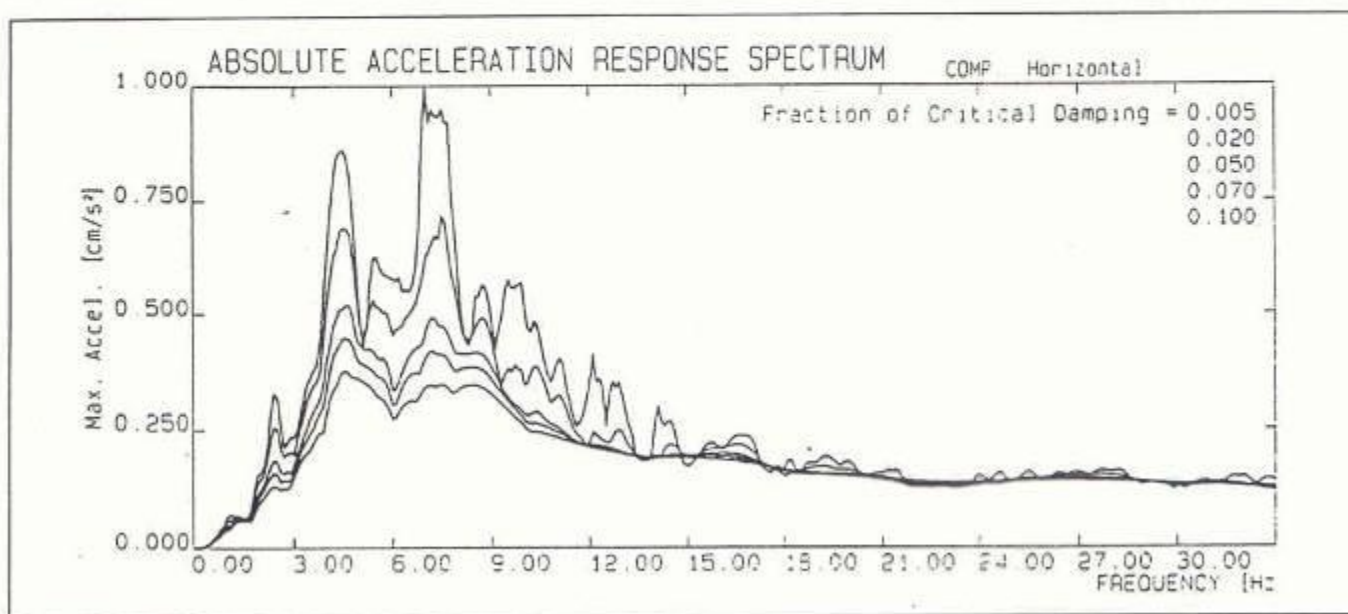
max. vodorovná výchylka $u = 7.24 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ $t = 3.07 \text{ s}$

3. Ukázka výpočtu seizmické odezvy

Řešení pomocí spektra odezvy

Spektrum zrychlení - max. hodnota 7.27 m/s^2

(útlum 5 %)



3. Ukázka výpočtu seizmické odezvy

Řešení pomocí spektra odezvy

$f_{(i)}$ (Hz)	$\phi_{(i)}$ ($\text{kg}^{-1/2}$)	S_a (m/s^2)	t_{max} (s)	$q_{(i)}$ ($\text{mkg}^{1/2}$)
2.41	0.134	1.28	3.07	$5.195 \cdot 10^{-2}$
7.02	0.128	3.00	1.57	$-0.450 \cdot 10^{-2}$
11.01	0.113	1.92	4.48	$-0.061 \cdot 10^{-2}$

max. vodorovná výchylka

$$u = \sqrt{0.700^2 + (-0.058)^2 + (-0.007)^2} \cdot 10^{-2}$$

$$u = 7,03 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

vliv počtu vlastních tvarů – efektivní modální hmota

$$M_{(1)}^{eff} = 87.23 \quad M_{(2)}^{eff} = 8.58 \quad M_{(3)}^{eff} = 2.37 \quad M_{(4)}^{eff} = 0.71 \quad M_{(5)}^{eff} = 0.15$$

$$\sum m_i = 99 \quad \sum M_i^{eff} = 98.89$$



4. Metoda postupného přitěžování

NELINEÁRNÍ STATICKÁ ANALÝZA – PUSHOVER ANALYSIS

Postup výpočtu

- Odpovídající **rozdělení příčného zatížení** se aplikuje na numerický model konstrukce a **amplituda se zvětšuje** postupně po krocích
- V každém zatěžovacím kroku se provádí **nelineární statická analýza** až do stavu, kdy konstrukce se stává nestabilní (stav kolapsu) nebo je dosaženo stanovených limitních hodnot.
- Sestavuje se **křivka kapacity** (*pushover curve* nebo *capacity curve*) – obvykle závislost smykové síly v základu na posunutí nejvyššího patra.
- Ta spolu s návrhovým spektrem slouží k určení **výsledného posunu** dané konstrukce zatížené zemětřesením.

Metoda nemá žádný rigorózní teoretický základ – může být nepřesná, jestliže předpokládané rozdělení příčného zatížení je nesprávné

příklady:

- rozdělení příčného zatížení pouze na základě základního tvaru kmitání je nepřesné, jsou-li významné též příspěvky vyšších tvarů
- použití pevně daného rozdělení zatížení není realistické, jestliže plastické deformace nejsou rovnoměrně rozdělené



4. Metoda postupného přitěžování

Hlavní rozdíly mezi různými navrhovanými postupy

- volba rozdělení příčného zatížení po výšce
- způsob zjednodušení „křivky kapacity posunu“ pro návrhové účely

Metoda postupného přitěžování podle EC8

1. Příčné zatížení – mají být použita nejméně dvě rozdělení příčných sil po výšce:

Modální rozdělení – síly jsou úměrné základnímu tvaru kmitání (příp. výšce patra) a hmotnosti – seizmické síly působící na hmotu k jsou potom:

$$F_k = F_b \frac{\phi_k m_k}{\sum_{j=1}^n \phi_j m_j}$$

nebo

$$F_k = F_b \frac{z_k m_k}{\sum_{j=1}^n z_j m_j}$$

z_k výška hmoty m_k nad základovou spárkou
– je-li základní tvar kmitání předpokládán jako přímka

$$F_b = S_d(T_1) m \lambda$$

zrychlení z
návrhového
spektra

opravný součinitel,
= 0,85 pro $T_1 \leq 2T_c$
a má-li stavba více než 2
podlaží,
v ostatních případech = 1



4. Metoda postupného přitěžování

Rovnoměrné rozdělení – zrychlení je uvažováno po výšce konstantní:

$$F_k = F_b \frac{m_k}{\sum_{j=1}^n m_j}$$

Křivka kapacity (posunu) – *pushover curve*

(smyková síla v základu F_b vs. sledované posunutí d)

maximální posunutí ve sledovaném bodě (např. nejvyšší patro) d_m

smyková síla v základu se zvyšuje postupně od nuly až do kolapsu konstrukce
je třeba vybrat nejnepříznivější výsledek analýzy

Používá se normování posunutí tak, že $\phi_n = 1$ ve sledovaném místě

2. Transformace na náhradní soustavu s jedním stupněm volnosti (SDOF)

$$F^* = \frac{F_b}{\Gamma} \quad d^* = \frac{d}{\Gamma} \quad \Gamma = \frac{\sum_{j=1}^n \phi_j m_j}{\sum_{j=1}^n \phi_j^2 m_j}$$

Γ transformační součinitel
ze soustavy MDOF do SDOF a opačně

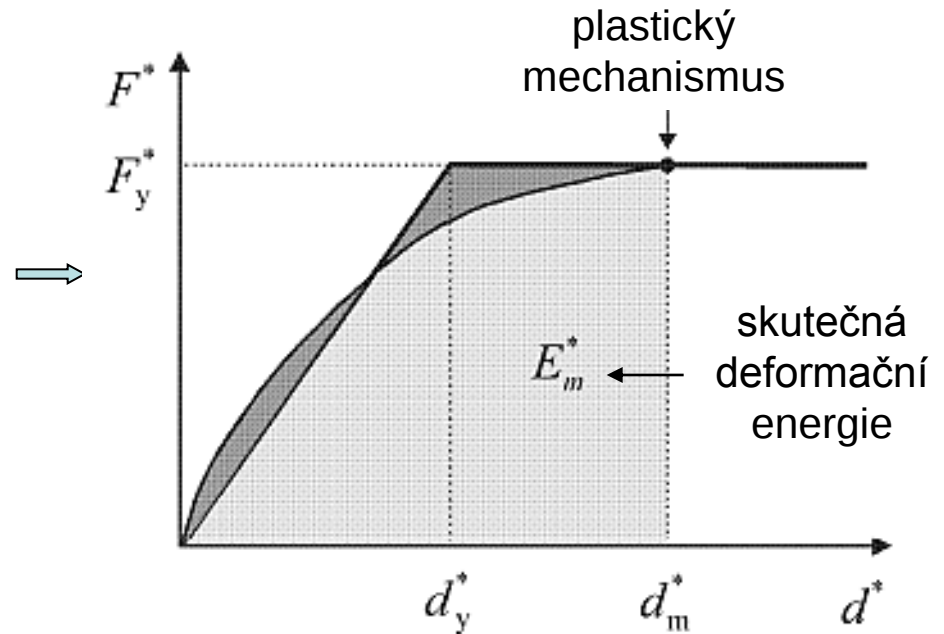


4. Metoda postupného přitěžování

3. Určení idealizované závislosti pružněplastické síly na posunu

Síla na mezi kluzu F_y^* , která představuje únosnost idealizovaného systému, je rovna smykové síle v základu při vytvoření plastického mechanismu. Počáteční tuhost idealizovaného systému se určí tak, aby plochy omezené skutečným a idealizovaným pracovním diagramem byly stejné – určení plastické deformace idealizované soustavy s jedním stupněm volnosti d_y^*

$$d_y^* = 2 \left(d_m^* - \frac{E_m^*}{F_y^*} \right)$$



4. Určení periody idealizované náhradní soustavy s jedním stupněm volnosti

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^* d_y^*}{F_y^*}}$$

$$m^* = \sum_{j=1}^n \phi_j m_j$$



4. Metoda postupného přitěžování

5. Určení výsledného posunu náhradní soustavy s jedním stupněm volnosti

$$\begin{aligned} d_t^* &= S_e \left(\frac{T^*}{2\pi} \right)^2 & T^* &\geq T_c \\ d_t^* &= S_e \left(\frac{T^*}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{q} \left[1 + (q-1) \frac{T_c}{T^*} \right] & T^* &< T_c \\ q &= \frac{S_e m^*}{F_y^*} \geq 1 & m^* &= \sum_{j=1}^n \phi_j m_j \end{aligned}$$

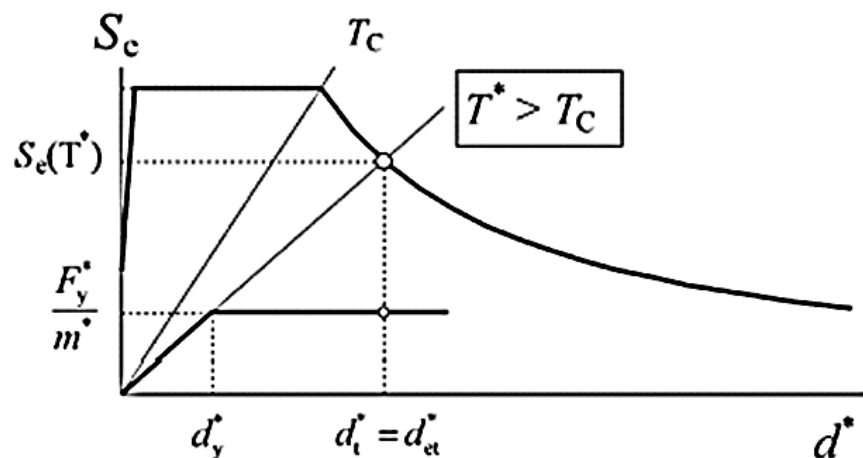
S_e spektrum zrychlení pružné odezvy odpovídající T^*
 T_c hraniční perioda z návrhového spektra
(tj. hraniční perioda mezi krátkými a středními hodnotami periody)

Iterační postup

Jestliže se výsledný posun d_t^* , získaný v 5.kroku, příliš liší od posunu d_m^* , použitého pro určení závislosti idealizované pružněplastické síly na posunu ve 3. kroku, je možno použít iterační řešení, při kterém se opakuje 3. až 5. krok tak, že v 3. kroku se místo d_m^* použije d_t^* (a odpovídající F_y^*)



IV. Metody a příklady výpočtu odezvy

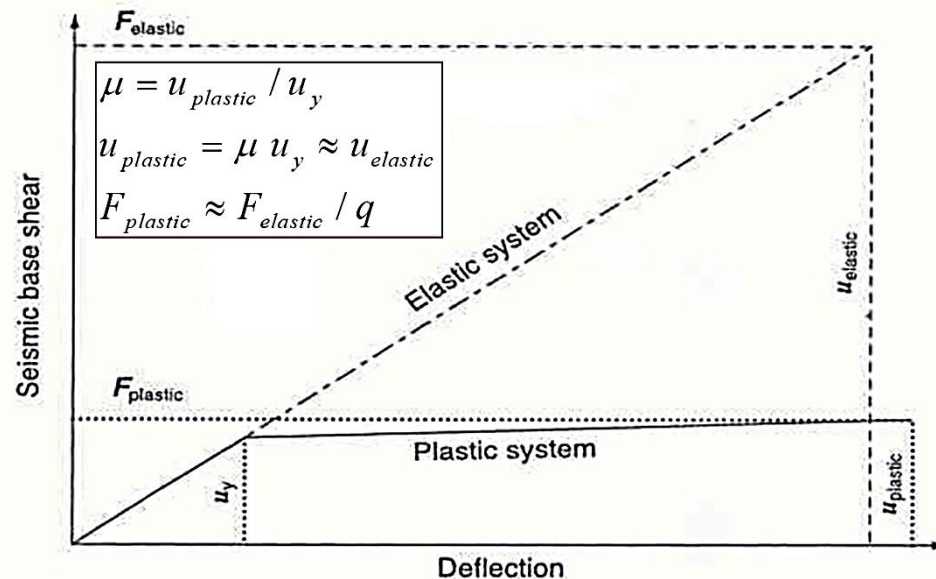


$$d_t^* = S_e \left(\frac{T^*}{2\pi} \right)^2$$

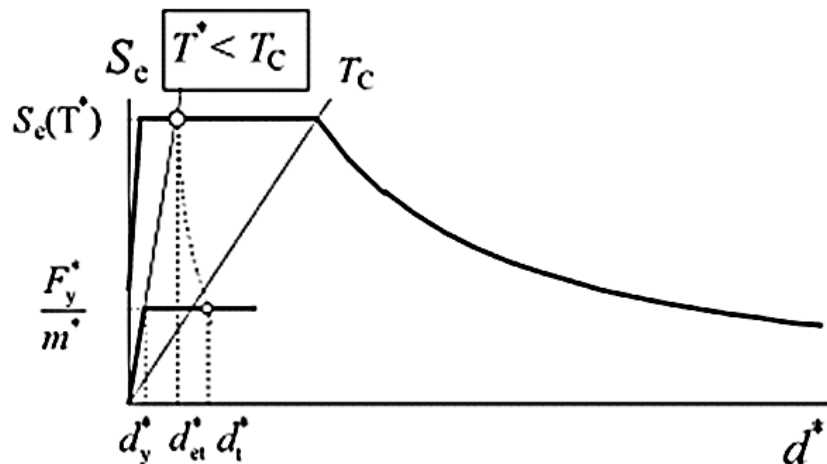
Konstrukce se střední a dlouhou vl. periodou

$$\mu = q$$

pro $T \geq T_c$



IV. Metody a příklady výpočtu odezvy

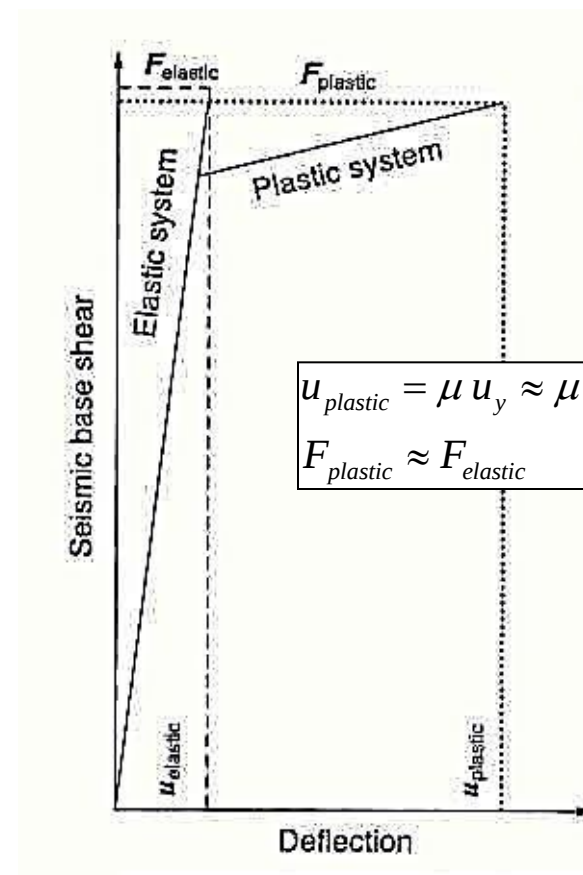


Konstrukce s krátkou vlastní periodou

$$d_t^* = S_e \left(\frac{T^*}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{q} \left[1 + (q-1) \frac{T_c}{T^*} \right]$$

$$\mu = 1 + (q-1) \frac{T_c}{T}$$

pro $T < T_c$



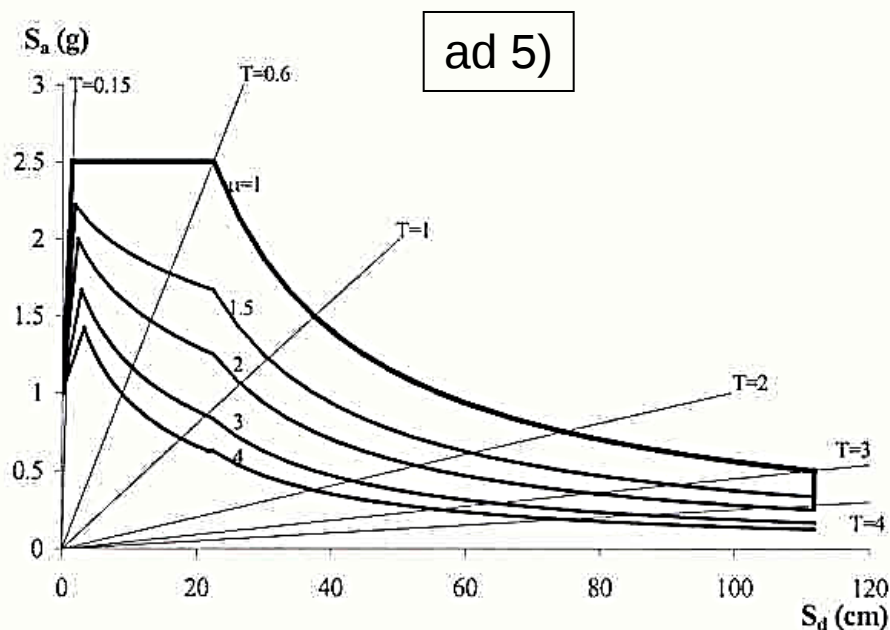
4. Metoda postupného přitěžování

Spektrum kapacity a posunu – spektrum v AD formátu

zobrazení vzájemné závislosti spektrálního zrychlení S_a (Acceleration) a posunu S_d (Displacement)

„kapacita“ souvisí se skutečností, že po vynásobení spektrálního zrychlení hmotností obdržíme maximální vnitřní sílu (na svislé ose)

– v metodě postupného přitěžování tato síla souvisí s kapacitou konstrukce



spektrum v AD formátu pro různou duktilitu odvozené ze spektra pružné odezvy z EC8 (pro podloží B)

konstantní poměry S_d / S_a představují hodnoty period

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{S_d}{S_a}}$$

4. Metoda postupného přitěžování

6. Určení výsledného posunu pro soustavu s více stupni volnosti

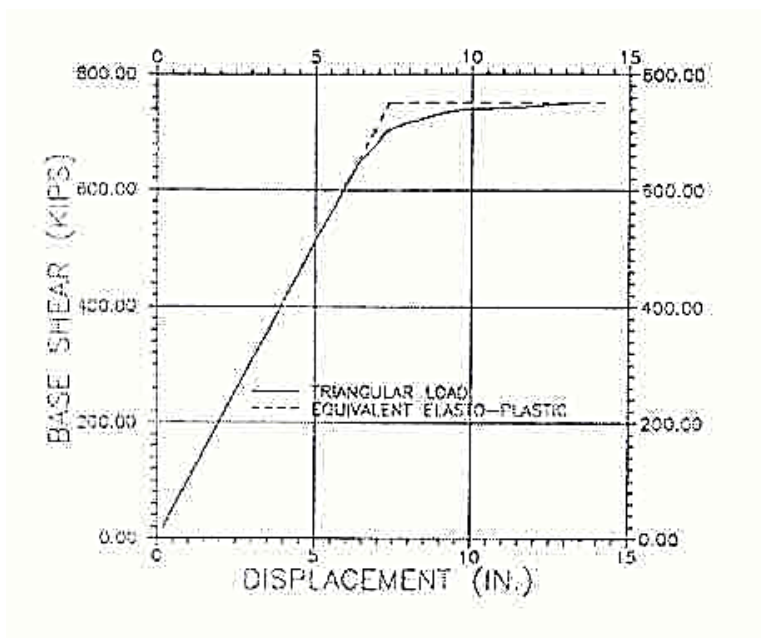
$$d_t = d_t^* \Gamma$$

7. Posouzení $d_t \leq d_m / 1.5$

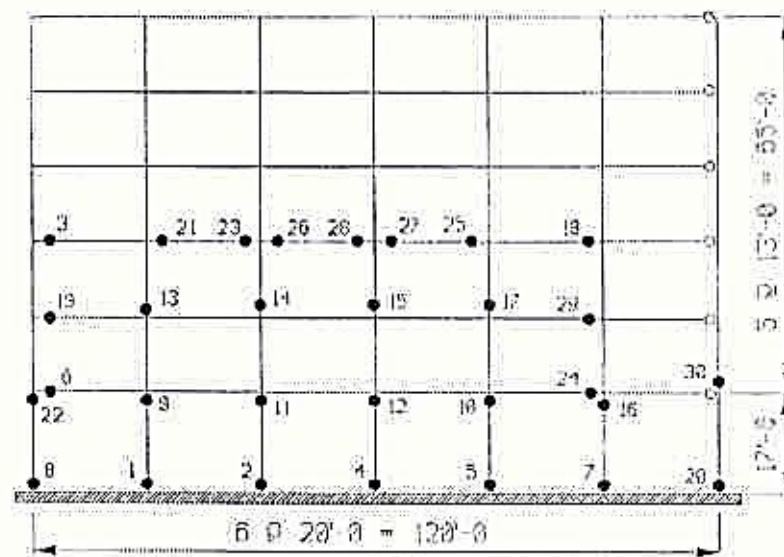
posouzení vnitřních sil a relativních patrových posunutí odpovídající hodnotě d_t

4. Metoda postupného přitěžování

Příklad – 6-podlažní ocelová budova



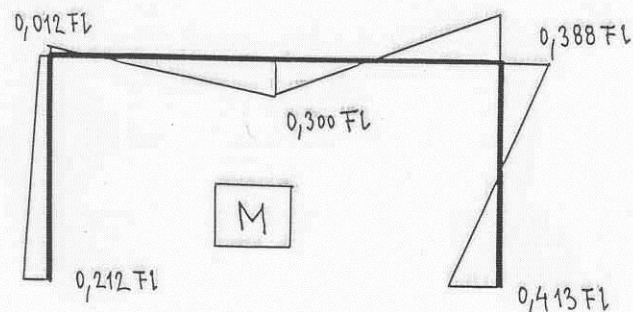
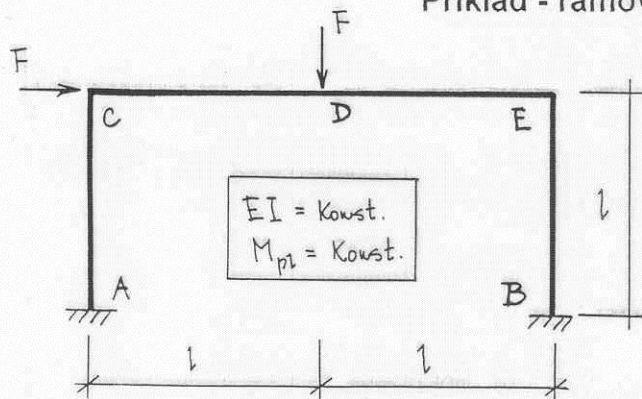
Křivka kapacity



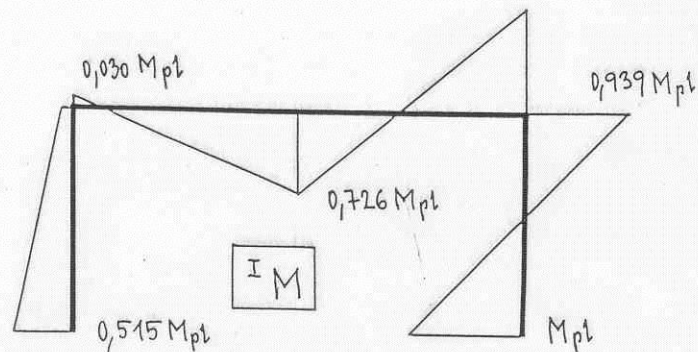
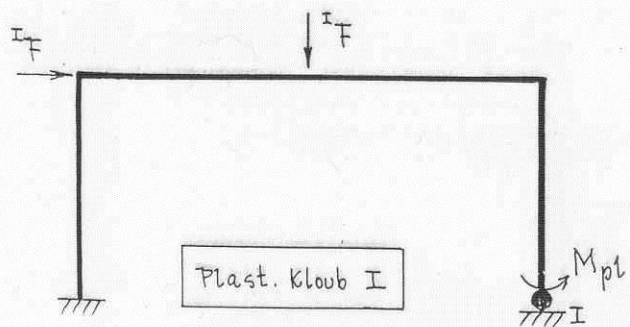
Pořadí vzniku plastických kloubů

Příklad - výpočet mezní únosnosti konstrukce

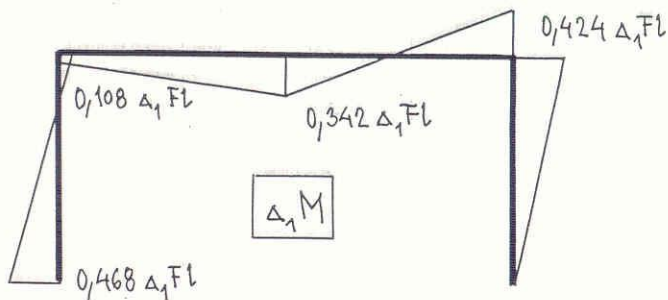
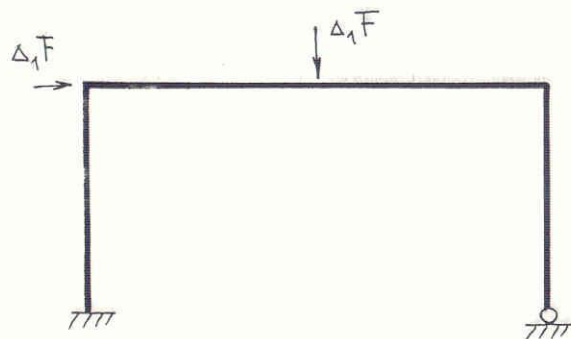
Příklad - rámová konstrukce



Bod B: $0,413 Fl = M_{pl} \Rightarrow \underline{F = 2,424 \frac{M_{pl}}{l}}$



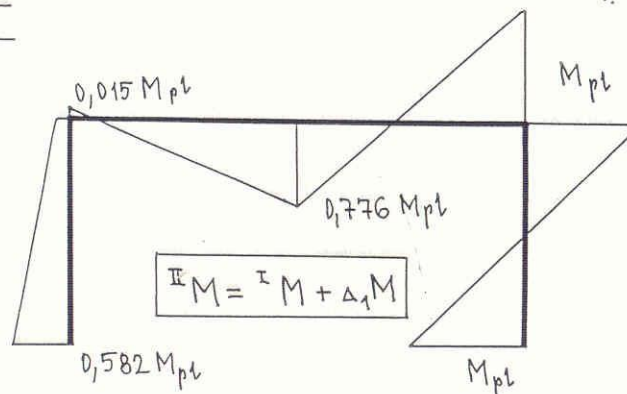
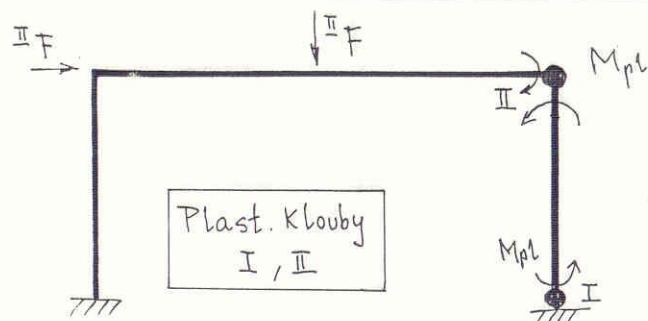
Příklad - výpočet mezní únosnosti konstrukce



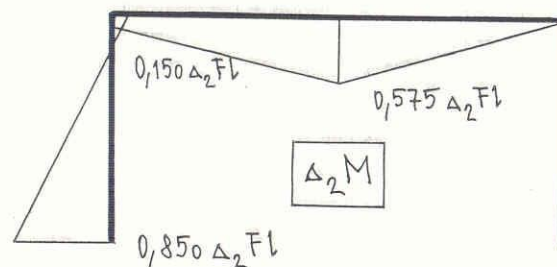
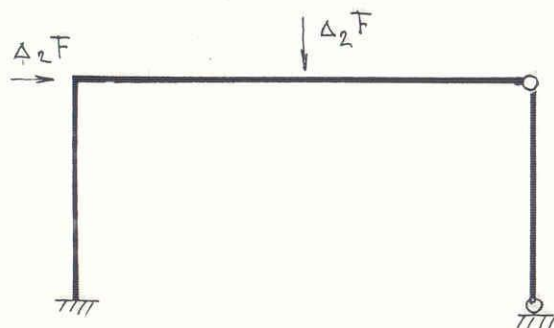
Bod E: $0,424 \Delta_1 Fl + 0,939 M_{pl} = M_{pl}$

$$\Rightarrow \Delta_1 F = 0,143 \frac{M_{pl}}{l}$$

$$\text{II} F = \text{I} F + \Delta_1 F = 2,567 \frac{M_{pl}}{l}$$



Příklad - výpočet mezní únosnosti konstrukce

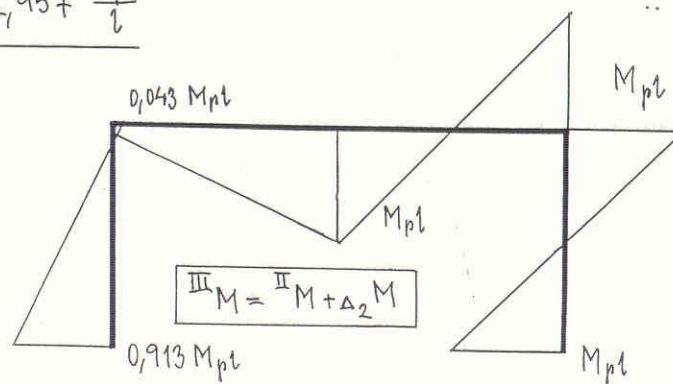
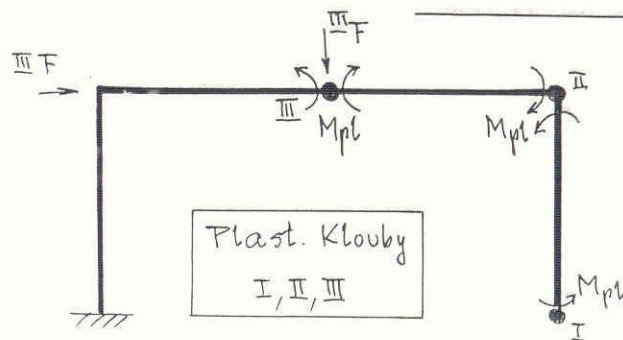


x

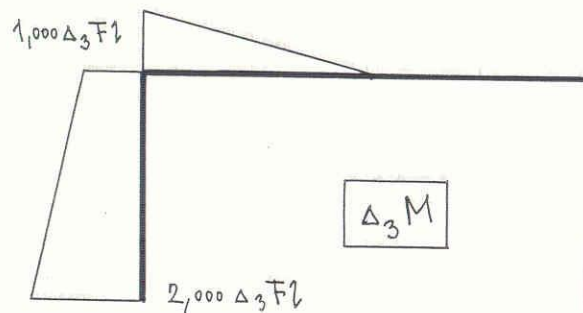
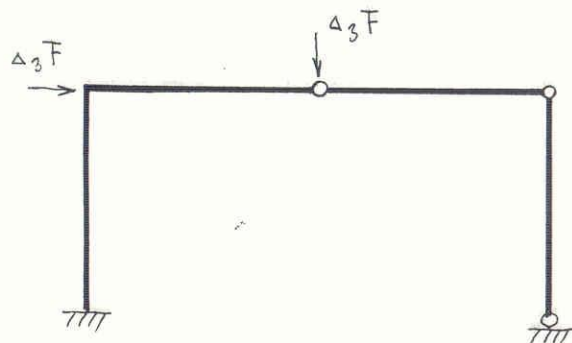
$$\text{Bod A: } 0,850 \Delta_2 F l + 0,582 M_{pl} = M_{pl} \Rightarrow \Delta_2 F = 0,492 \frac{M_{pl}}{l}$$

$$\text{Bod D: } 0,575 \Delta_2 F l + 0,776 M_{pl} = M_{pl} \Rightarrow \Delta_2 F = 0,390 \frac{M_{pl}}{l}$$

$$\Rightarrow \text{III } F = \text{II } F + \Delta_2 F = 2,957 \frac{M_{pl}}{l}$$



Příklad - výpočet mezní únosnosti konstrukce

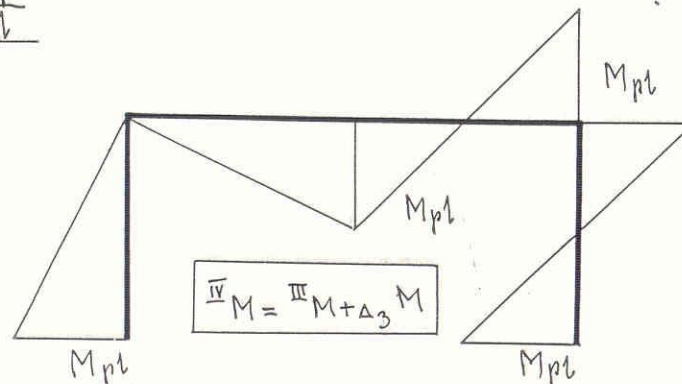
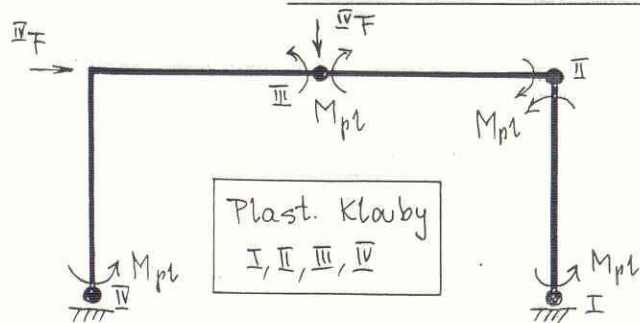


×

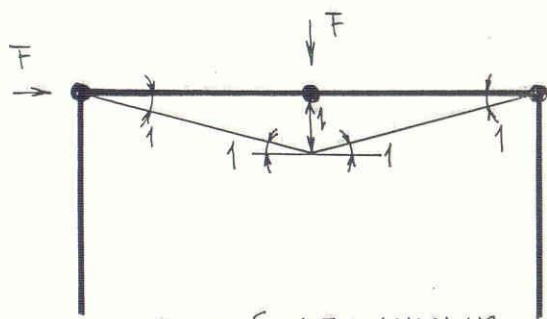
$$\text{Bod A: } 2,000 \Delta_3 F l + 0,913 M_{pl} = M_{pl}$$

$$\Rightarrow \Delta_3 F = 0,043 \frac{M_{pl}}{l}$$

$$\text{MEZNÍ ZAT.: } \underline{\text{IV} F = \text{III} F + \Delta_3 F = 3,000 \frac{M_{pl}}{l}}$$



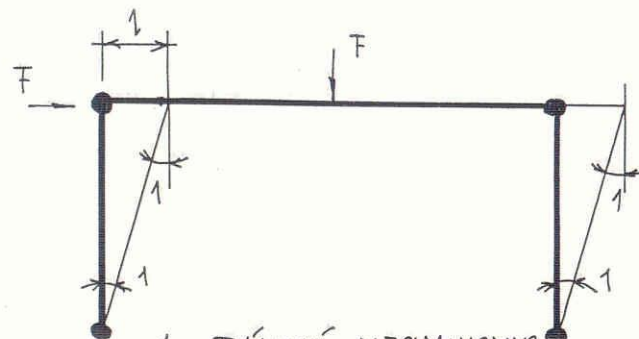
Příklad - výpočet mezní únosnosti konstrukce



PRUTOVÝ MECHANISMUS

$$Fl = 4 \cdot M_{pl} \Rightarrow F = 4 \frac{M_{pl}}{l}$$

×

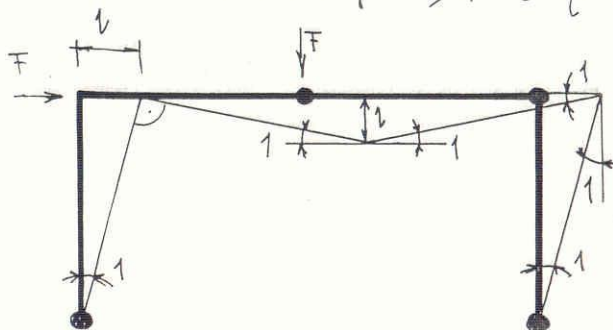


1. RÁMOVÝ MECHANISMUS

$$Fl = 4 M_{pl} \Rightarrow F = 4 \frac{M_{pl}}{l}$$

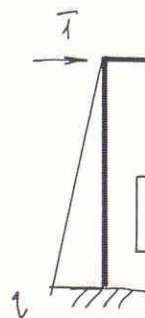
2. RÁMOVÝ MECHANISMUS

$$2Fl = 6 M_{pl} \Rightarrow F = 3 \frac{M_{pl}}{l} \equiv F_{MEZNI}$$



VÝPOČET VODOROVNÉHO POSUNUTÍ

$$PVP: u = \int M_{MEZ} \bar{M} \frac{dx}{EI} = \frac{1}{3} M_{pl} \frac{l^2}{EI}$$



$$M_{MEZ} \equiv \bar{M}$$

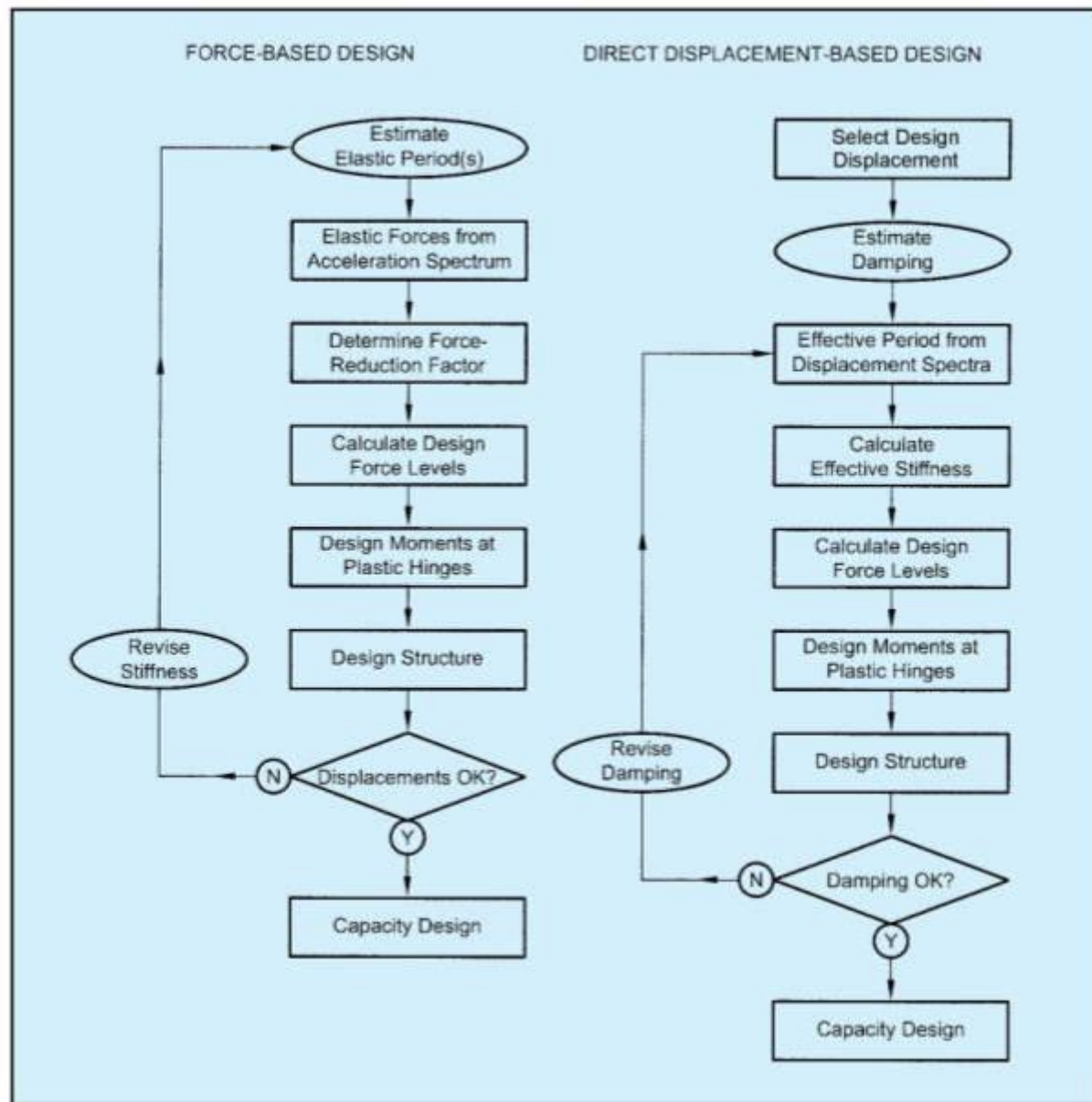
DISPLACEMENT-BASED SEISMIC DESIGN

Damage-control limit state - displacements rather than forces are used as measurement of earthquake damage

Two methods can be employed:

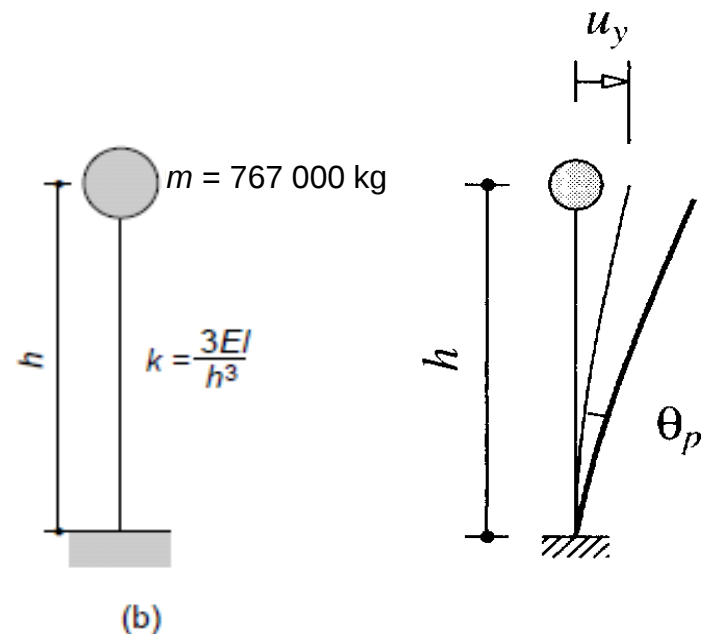
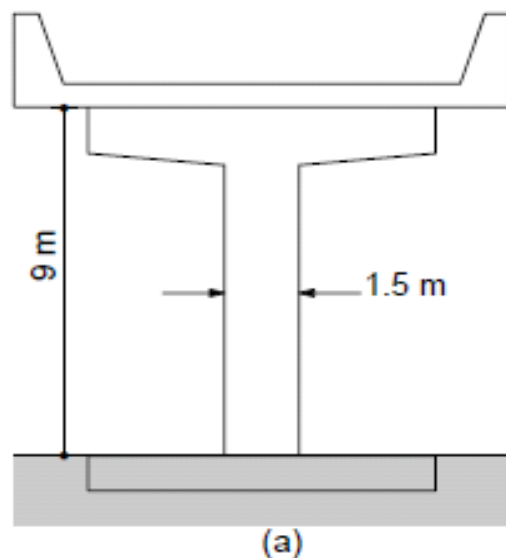
- The traditional **force based design procedure** (starts by proportioning the structure for strength and stiffness) combined with required displacement target verification;
- The **direct displacement based design** approach in which the design starts from the target displacements. Then the analysis is performed and determined strength and stiffness (as the end result of the design process) to achieve the design displacements.

Comparison of seismic design sequences



Displacement-based seismic design

Step-by-step procedure



Example:

Reinforced-concrete viaduct, single-column bent (a)

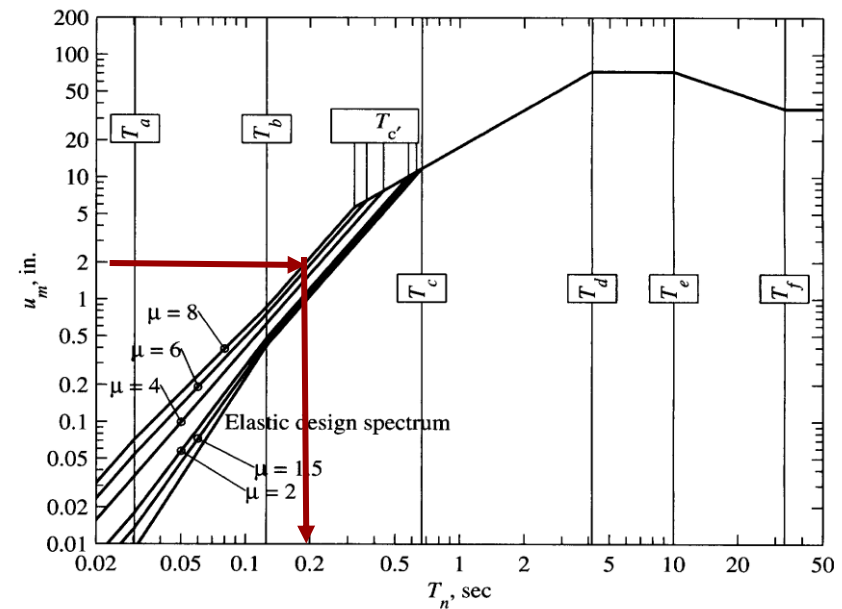
Idealized SDOF system (b)

Displacement-based seismic design

Step-by-step procedure

1. Estimate the yield deformation u_y for the SDOF system.
2. Determine acceptable plastic rotation θ_p of the hinge at the base.
3. Determine the design displacement $u_m = u_y + h\theta_p$
and design ductility factor $\mu = u_m / u_y$
4. Enter the displacement design spectrum with known u_m and μ to read T_n and determine the initial elastic stiffness

$$k = (2\pi/T_n)^2 m$$



Displacement-based seismic design

5. Determine the required yield strength $f_y = k u_y$
6. Select member sizes and detailing (reinforcement in RC structures, connections in steel structures, etc.) to provide the strength determined in step 5.

For the resulting design of the structure calculate its initial stiffness k and the yield deformation $u_y = f_y / k$

7. If the yield deformation computed in step 6 differs significantly from the initial estimate in step 1, repeat steps 3 through 6 until satisfactory solution is reached.

Displacement-based seismic design

Example – reinforced concrete single-column bent

system properties: concrete strength 27.6 MPa
 steel strength 413 MPa
 superstructure weight + column self weight 7892 kN

Step-by-step procedure:

1. An initial estimate of the yield deformation: $u_y = 0.045\text{m}$
2. The plastic rotation acceptable at the base of the column: $\theta_p = 0.02\text{rad}$
3. The design displacement: $u_m = u_y + h\theta_p = 0.045 + 9 \cdot 0.02 = 0.225\text{m}$
the design ductility factor: $\mu = u_m/u_y = 0.225/0.045 = 5$
4. The deformation design spectrum for inelastic systems is constructed for $\mu = 5$
Corresponding to $u_m = 0.225\text{m}$, this spectrum gives $T_n = 1.01\text{s}$
the initial elastic stiffness: $k = (2\pi/T_n)^2 m = (2\pi/1.01)^2 \cdot 767 = 29653\text{kNm}^{-1}$



Displacement-based seismic design

5. The yield strength $f_y = k u_y = 29653 \cdot 0.045 = 1334 \text{ kN}$
6. The circular column is then designed using Code provisions:
for axial load 7892 kN
for bending moment due to lateral force f_y : $M = h f_y = 9 \cdot 1334 = 12006 \text{ kNm}$

Resulting column design:

longitudinal reinforcement ratio 3.62%

flexural strength = 12976 kNm

lateral strength = 1441 kN

effective bending stiffness $EI = 4.24 \times 10^6 \text{ kNm}^2$

lateral stiffness: $k = 3EI/h^3 = 3 \cdot 4.24 \cdot 10^6 / 9^3 = 17450 \text{ kNm}^{-1}$

yield deformation: $u_y = f_y/k = 1441/17450 = 0.083 \text{ m}$

7. Since the yield deformation computed in step 6 differs significantly from the initial estimate of $u_y = 0.045 \text{ m}$, iterations are necessary.



Displacement-based seismic design

The design displacement: $u_m = u_y + h\theta_p = 0.083 + 9 \cdot 0.02 = 0.263\text{m}$

the design ductility factor: $\mu = u_m / u_y = 3.17$

continue step 4

The procedure converged after five iterations giving a column design with:

longitudinal reinforcement ratio 5.5%

lateral yield strength = 1907 kN

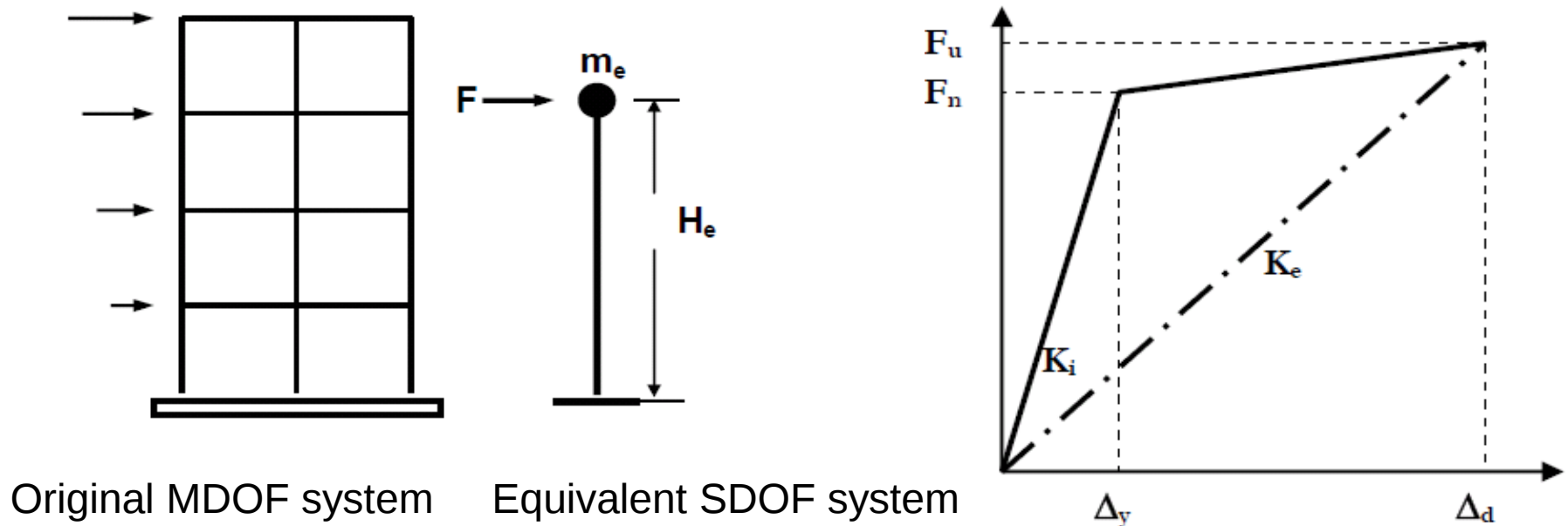
initial stiffness = 23860 kNm⁻¹

deformation demand $u_m = 0.260\text{m}$

Displacement-based seismic design

The substitute structure approach

It is a procedure where a MDOF system is modelled as an equivalent SDOF system that has properties of equivalent mass, stiffness, damping.



Displacement-based seismic design

The substitute structure approach

The design displacement of the multi-storey building

$$\Delta_d = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i^2)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)} \quad m_i \text{ - storey masses}$$

The design displacement at different stories – e.g. for building frame

$$\Delta_i = \theta_d h_i \quad h_i \text{ - storey height}$$

The peak (design) inter-storey drift

$$\theta_d = \theta_y + \theta_p \leq \theta_c \quad (\doteq 0.02 \div 0.025) \quad \theta_y \text{ - elastic (yield) component}$$

$$\theta_p \text{ - plastic component}$$

$$\theta_c \text{ - code limit}$$

Displacement-based seismic design

The substitute structure approach

The effective mass of the equivalent SDOF system (participating in the 1st mode)

$$m_e = \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i) / \Delta_d \quad \left(\approx 0.8 \sum_{i=1}^n m_i \right)$$

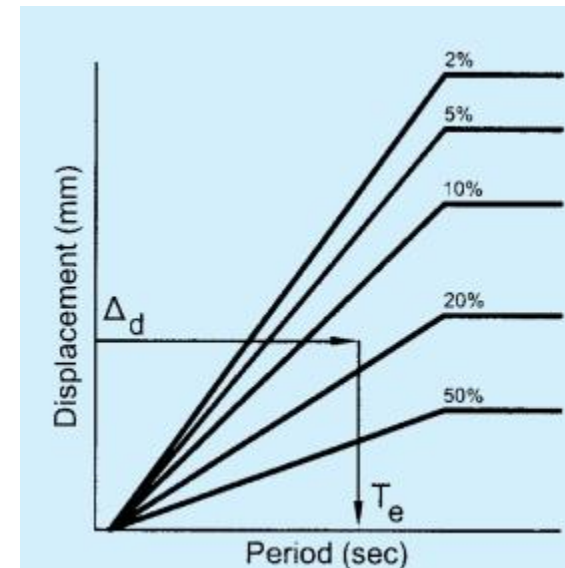
The effective damping – e.g. for reinforced concrete frame

$$\xi = 5 + 30(1 - \mu^{-0.5})$$

The displacement ductility factor

$$\mu = \Delta_d / \Delta_y$$

The effective period T_e at maximum displacement response can be read from the design displacement response spectrum



Displacement-based seismic design

The substitute structure approach

The effective stiffness of an equivalent SDOF system at maximum response displacement

$$K_e = 4\pi^2 m_e / T_e^2$$

The design base shear at maximum response displacement

$$V_B = K_e \Delta_d$$

Distribution of the base shear

$$F_i = V_B (m_i \Delta_i) / \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)$$

