

UNIVERZÁLNÍ PRINCIPY MECHANIKY (YUPM)

2+1, z, zk

letní semestr 2019/2020

Přednášející: prof. Ing. Milan Jirásek, DrSc.

Podklady: <https://mech.fsv.cvut.cz/homeworks/student> ... click on YUPM, login as guest

Týden	Datum	Téma
1	21. 2.	Vektorové prostory, skalární součin – opakování znalostí z matematiky. Lineární, bilineární a multilineární formy, tenzory a operace s nimi, Einsteinova sčítací konvence, složky tenzoru, souvislosti mezi tenzory a maticemi.
2	28. 2.	Řešení domácího úkolu 1 (reprezentace tenzorů a tenzorových operací pomocí matic, skalární součin, přímý součin lineárních forem, prostor tenzorů 2. řádu). Jednoduchá a dvojitá kontrakce mezi tenzory. Jednotkový tenzor 2. řádu, stopa tenzoru, jednotkové tenzory 4. řádu. Napětí jako tenzor 2. řádu.
3	6. 3.	Řešení domácího úkolu 2 (operace s tenzory, rozklad tenzoru na symetrickou a antisymetrickou část, transformace složek tenzoru při změně báze, tenzorový popis deformace). Tenzory 2. a 4. řádu, jejichž složky jsou invariantní vůči změně báze.
4	13. 3.	Řešení domácího úkolu 3 (projekční tenzory, Hookeův zákon v tenzorovém zápisu, tenzory pružné tuhosti a pružné poddajnosti v různých podobách, Laméovy konstanty). Gradient a divergence, operátor nabla, symetrický gradient, tenzor (malé) deformace, tenzorový zápis geometrických rovnic. Základní věta integrálního počtu, integrace per partes, Greenova a Gaussova věta v různých podobách.
5	20. 3.	Řešení domácího úkolu 4 (náporný význam divergence, divergence gradientu, Greenova a Gaussova věta, použití Greenovy věty při odvození Cauchyho rovnic z podmínek rovnováhy vnějších sil, výpočet změny objemu a průměrné deformace pomocí integrálu přes hranici). Přehled základních rovnic pružnosti v tenzorovém zápisu, statické a geometrické okrajové podmínky, Laméovy rovnice. Použití Gaussovy věty při odvození Clapeyronovy věty. Práce vnitřních a vnějších sil, obecný princip virtuálních prací a jeho speciální podoby – princip virtuálních posunů a princip virtuálních sil.
6	27. 3.	Řešení domácího úkolu 5 (použití principu virtuálních posunů, samorovnovážné pole napětí, hustota potenciální energie deformace, zákon zachování energie). Použití principu virtuálních sil: podmínky kompatibility, samorovnovážné pole napětí. Potenciální energie deformace pružiny a taženého-tlačeného prutu, hustota potenciální energie deformace pro lineárně pružný materiál za jednoosé a obecné napjatosti. Stabilní a nestabilní rovnováha, Lagrangeův princip minima potenciální energie pro jednoduché konzervativní soustavy (pružina se závažím). Potenciální energie zatížení, celková potenciální energie pružného tělesa se zatížením. Vyšetřování minima potenciální energie, rozklad přírůstku potenciální energie na lineární a kvadratickou část, první a druhá variace.

7	3. 4.	<p>Řešení domácího úkolu 6 (Lagrangeův princip pro pružné těleso, ohýbaný prut a příhradovou konstrukci).</p> <p>Diskrétní lineárně pružné soustavy – základní rovnice v maticovém zápisu, potenciální energie, použití Lagrangeova principu a jeho souvislost s principem virtuálních posunutí, dualita geometrických a statických rovnic.</p> <p>Jednoduchá úloha se spojeným popisem – jednorozměrný model pro tažený-tlačený prut, základní rovnice a potenciální energie, použití Lagrangeova principu a jeho souvislost s principem virtuálních posunutí, první a druhá variace (lineární a kvadratická část přírůstku).</p> <p>Matematická definice variace funkcionálu, Gâteauxův diferenciál, Fréchetův diferenciál.</p>
8	14. 4. úterý	<p>Řešení domácího úkolu 7 (geometrická nelinearita, stabilita).</p> <p>Castiglianův princip minima doplňkové energie a jeho souvislost s principem virtuálních sil.</p>
9	17. 4.	<p>Řešení domácího úkolu 8.</p> <p>Hellingerův-Reissnerův princip a jeho použití při formulaci smíšených konečných prvků (u-p formulace, využití pro nestlačitelné nebo téměř nestlačitelné materiály).</p>
10	24. 4.	<p>Řešení domácího úkolu 9.</p> <p>Obecný variační princip Hu-Washizu a jeho použití při formulaci smíšených konečných prvků. Souvislosti mezi probranými variačními principy.</p>
11	30. 4. čtvrtek	<p>Řešení domácího úkolu 10.</p> <p>Obecný popis (velké) deformace, deformační gradient, pravý Cauchyho-Greenův deformační tenzor, polární rozklad, tenzory deformace, jakobián, objemové a tvarové změny, prostorový gradient pole rychlostí a jeho rozklad na rychlost deformace a spin.</p>
12	15. 5.	<p>Tenzory napětí (Cauchyho tenzor, první a druhý Piolův-Kirchhoffův tenzor).</p> <p>Princip virtuálních prací pro velké deformace. Podmínky rovnováhy, statické okrajové podmínky, názorný význam tenzorů napětí. Hyperelastické materiálové modely, potenciál volné energie, Lagrangeův princip pro velké deformace.</p>