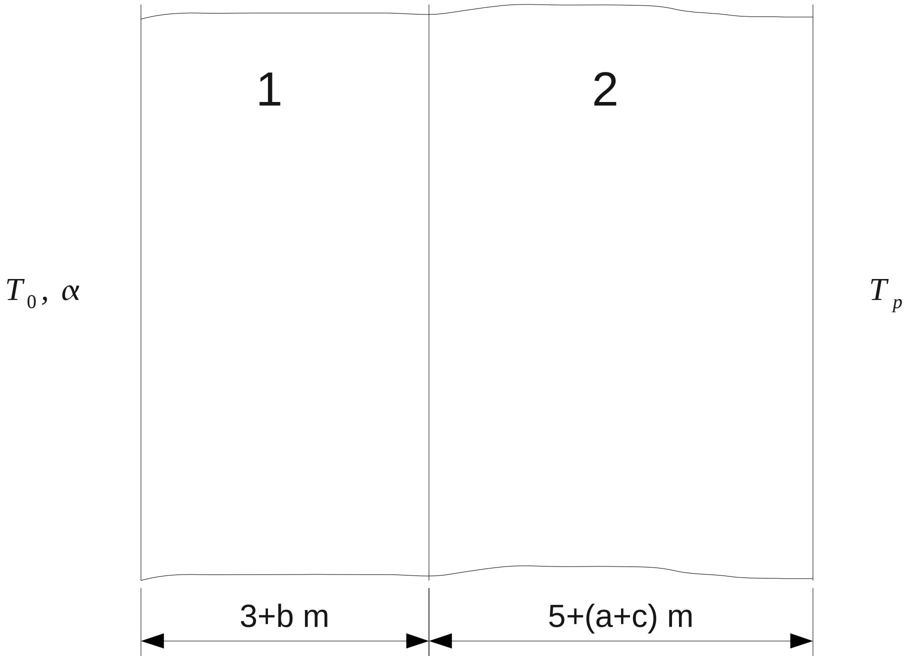
Určete průběh teplot v dvojvrstvé konstrukci :
1. *Analyticky řešením diferenciální rovnice*
2. *MKP pomocí lineárních prvků*
3. *MKP pomocí kvadratických prvků*

Úlohu ve všech případech uvažujte jako jednorozměrnou ,
v 2. a 3. diskretizujte každou vrstvu jedním prvkem. Vlevo je dána
vnější teplota T_0 *a koeficient přestupu tepla* α *, vpravo je přímo předepsána teplota Tp. Uvnitř obou*
vrstev působí zdroj tepla Q. Součinitelé vedení tepla vrstev 1 a 2 jsou λ_1 *a* λ_2 .

Pro kontrolu na internetu budete potřebovat teplotu Tlin2 *uprostřed druhé vrstvy*
vypočítanou pomocí lineárních aproximačních funkcí , teplotu Tquad1 uprostřed první
vrstvy spočtenou analyticky a dále poměr teplot vypočítaných pomocí lineárních
prvků a analytickým řešením uprostřed první vrstvy (diff).

Pro odevzdání v papírové podobě vykreslete průběhy teplot získaných v 1., 2., 3..
Proveďte diskuzi řešení.



$$Q = 4c \ Wm^{-3}$$
$$\lambda_1 = (1+a) Wm^{-1} K^{-1}$$
$$\lambda_2 = (2+b) Wm^{-1} K^{-1}$$
$$\alpha = b \ Wm^{-2} K^{-1}$$
$$T_0 = 2a \ {}^\circ C$$
$$T_p = 1 \ {}^\circ C$$

Poznámka :
Při analytickém řešení je díky rozdílným materiálovým vlastnostem v obou vrstvách
nutno řešit diferenciální rovnici na každém intervalu zvlášť a budou tak třeba celkem 4
okrajové podmínky. Dvě z nich jsou dané okrajové podmínky vlevo a vpravo – přestup
tepla a předepsaná teplota – další dvě plynou z podmínky spojitosti funkce
teploty a rovnosti tepelných toků na rozhraní vrstev. Zde je třeba brát společnou normálu , tzn. :

$$T_{12} = T_{21} \ \ a \ \ q_{12} = \lambda_1 \frac{dT_{12}}{dx} = \lambda_2 \frac{dT_{21}}{dx} = q_{21}$$