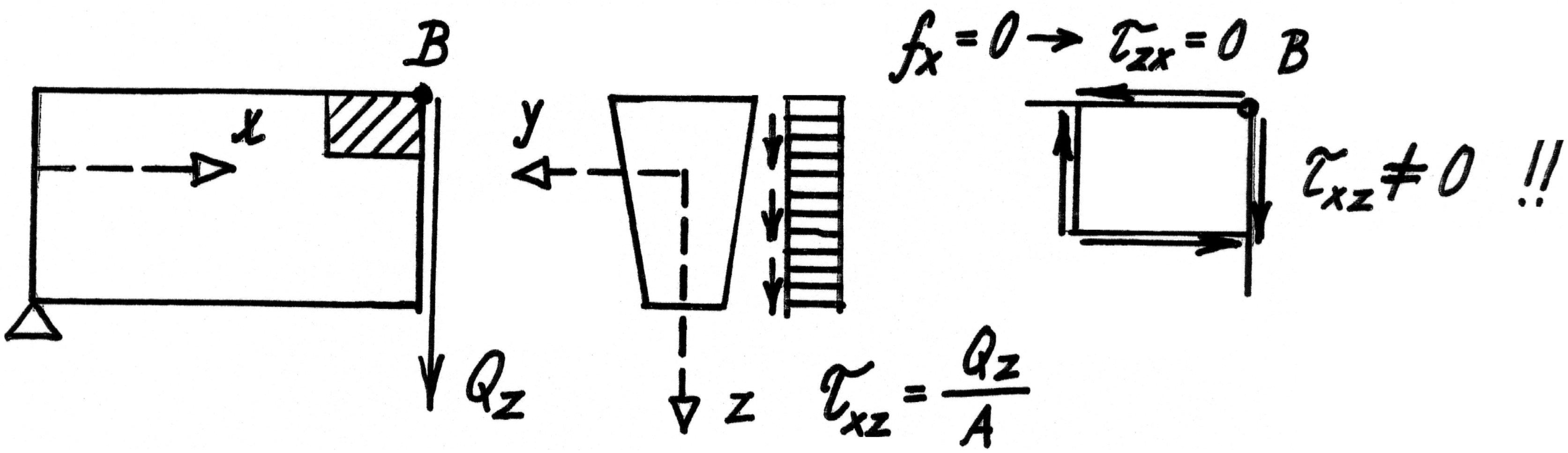
Smykové napětí při ohybu

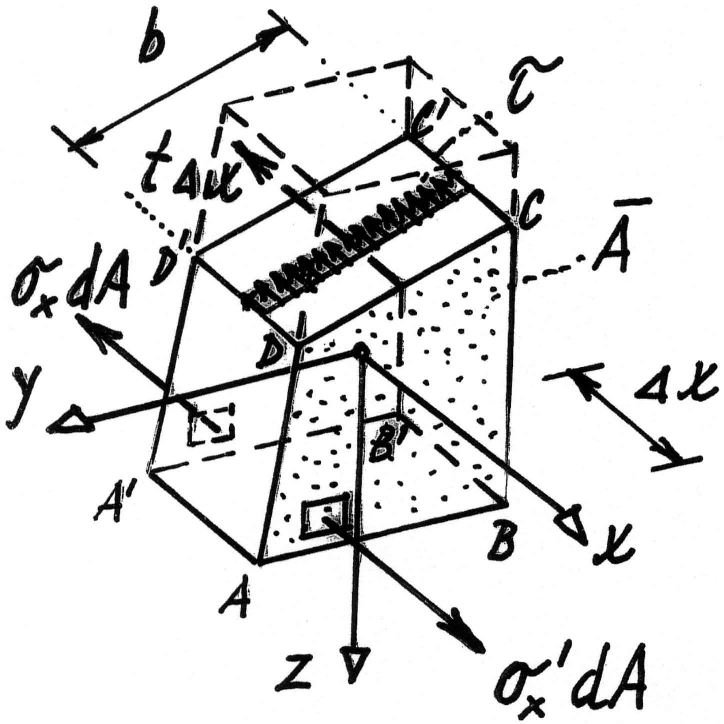
- Vliv posouvajících sil Q_y, Q_z
- Rovnoměrné rozložení τ po průřezu
  - nevyhovuje okrajovým podmínkám



pouze svary , nýty

Smykové napětí při ohybu

- Podmínka rovnováhy na prutovém elementu $ABCDA'B'C'D'$



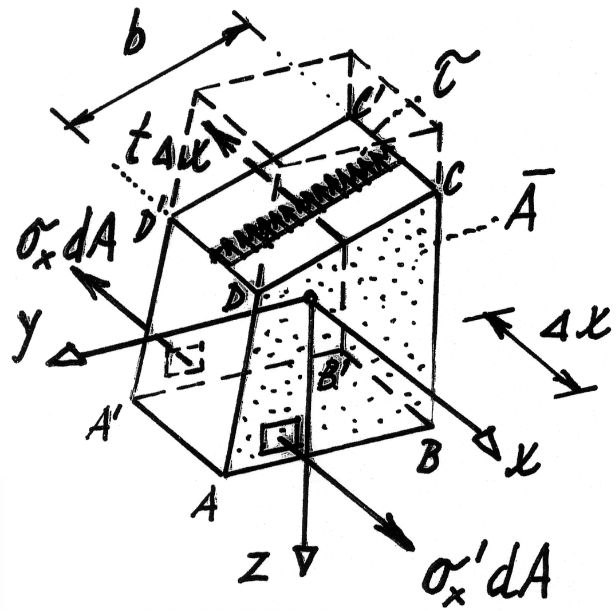
zjednodušení: τ rovnoměrně rozloženo podél úsečky CD

$t = \tau \cdot b$ [N/m] smykový tok

(výslednice smykových napětí podél úsečky CD)

Smykové napětí při ohybu

- Součtová podmínka sil na elementu $ABCDA'B'C'D'$



$$\vec{x}: \quad \iint_{\bar{A}} (\sigma'_x - \sigma_x) \mathrm{d}A - t \cdot \Delta \mathrm{x} = 0$$

$$t = \iint_{\bar{A}} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sigma'_x - \sigma_x}{\Delta x} \mathrm{d}A \quad \Rightarrow \quad t = \iint_{\bar{A}} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \mathrm{d}A$$

- Smykové napětí vzniká jako důsledek změny normálových napětí po délce prutu

Smykové napětí při ohybu

$$\sigma_x = \frac{N_x}{A} - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z$$

Normálové napětí – y,z …hlavní osy

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{1}{A}\frac{\mathrm{d}N_x}{\mathrm{d}x} - \frac{y}{I_z}\boxed{\frac{\mathrm{d}M_z}{\mathrm{d}x}} + \frac{z}{I_y}\boxed{\frac{\mathrm{d}M_y}{\mathrm{d}x}}$$

Změna normálového napětí

$$\frac{\mathrm{d}M_z}{\mathrm{d}x} = -Q_y \qquad \frac{\mathrm{d}M_y}{\mathrm{d}x} = Q_z$$

pouze příčné zatížení… $f_x = 0 \longrightarrow \frac{\mathrm{d}N_x}{\mathrm{d}x} = 0$

Smykové napětí při ohybu

- Změna normálového napětí – po úpravě

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_x}{\mathrm{d}x} = \frac{y}{I_z} Q_y + \frac{z}{I_y} Q_z$$

$$t = \frac{Q_y}{I_z} \underbrace{\boxed{\iint_{\bar{A}} y\,\mathrm{d}A}}_{\bar{S}_z} + \frac{Q_z}{I_y} \underbrace{\boxed{\iint_{\bar{A}} z\,\mathrm{d}A}}_{\bar{S}_y}$$

Smykové napětí při ohybu

- Smykový tok

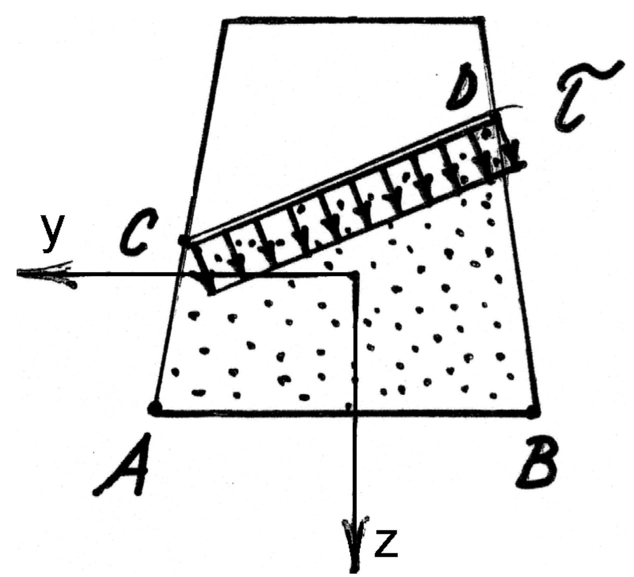
$$t = Q_y \frac{\overline{S}_z}{I_z} + Q_z \frac{\overline{S}_y}{I_y}$$

- Smykové napětí

$$\tau = \frac{Q_y \overline{S}_z}{b I_z} + \frac{Q_z \overline{S}_y}{b I_y}$$

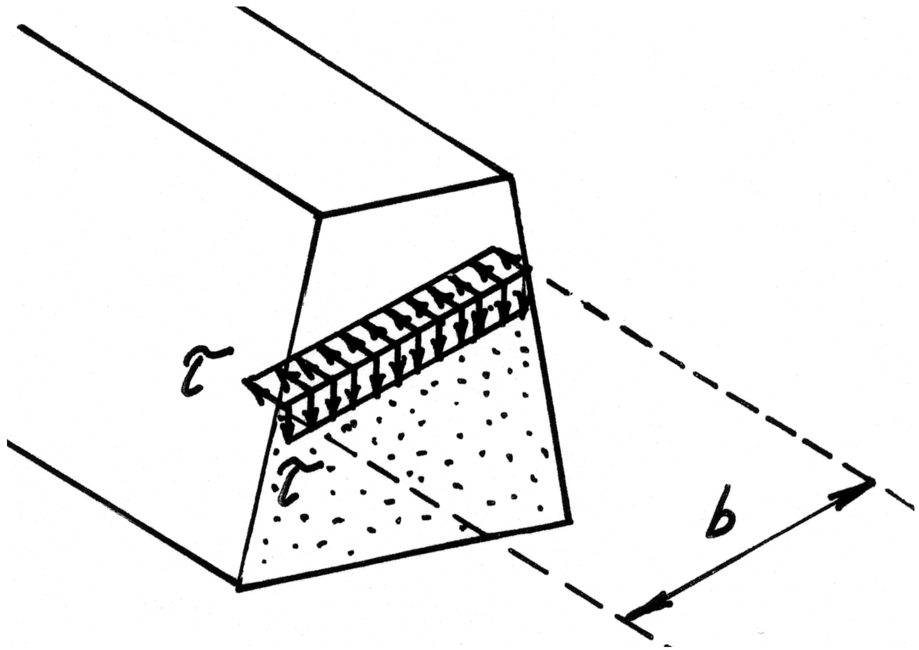
$\overline{S}_y, \overline{S}_z$ … statické momenty části průřezu **ABCD** (do které směřují zvolené směry τ) k hlavním centrálním osám

I_y, I_z … hlavní centrální momenty setrvačnosti celého průřezu



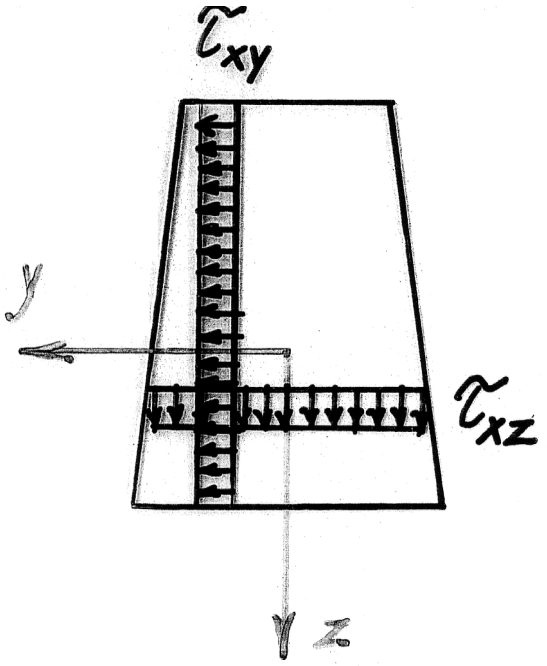
Smykové napětí při ohybu

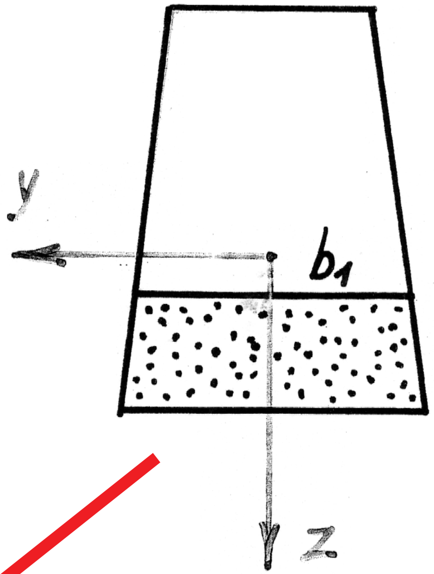
- Věta o vzájemnosti smykových napětí
  – Z věty o vzájemnosti smykových napětí plyne, že stejná smyková napětí vznikají i v rovině průřezu

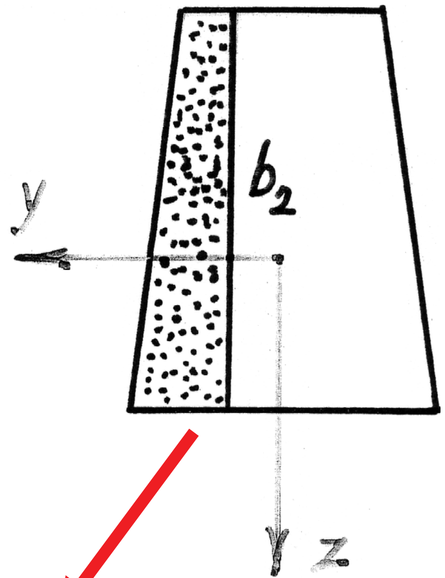


Smykové napětí při ohybu

- Extrémní hodnoty smykových napětí v průřezu
  - Polohu vlákna šířky b volíme tak, abychom vystihli extrémní hodnoty τ v průřezu





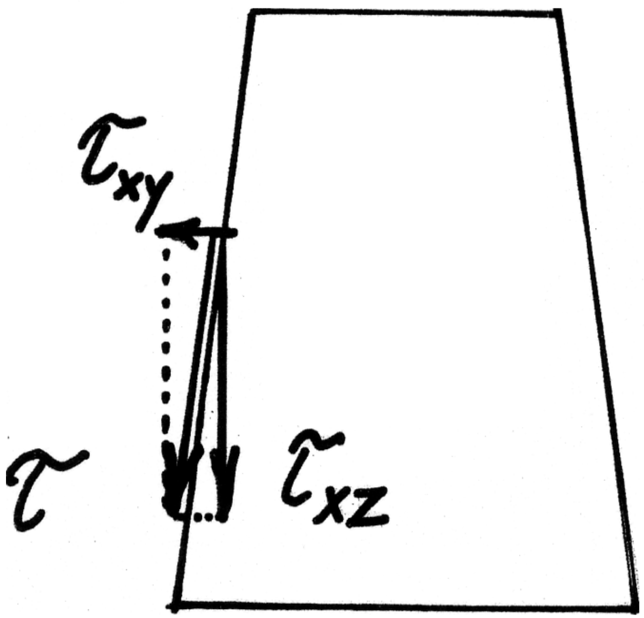


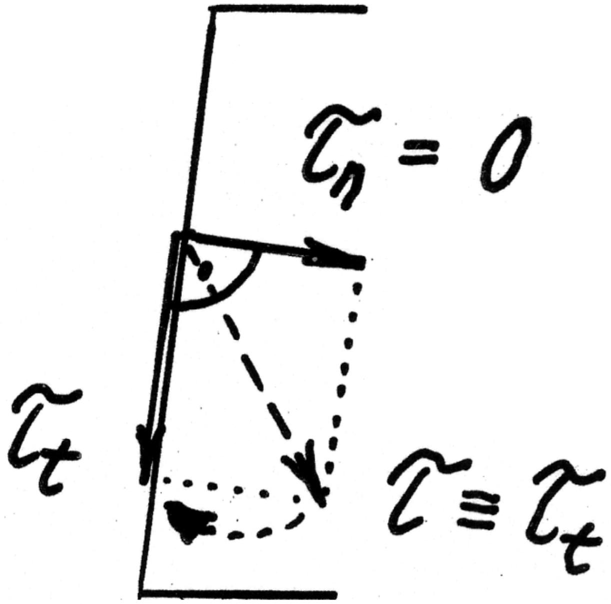
$$\tau_{xz} = \frac{Q_y \overline{S}_z}{b_1 I_z} + \frac{Q_z \overline{S}_y}{b_1 I_y}$$

$$\tau_{xy} = \frac{Q_y \overline{S}_z}{b_2 I_z} + \frac{Q_z \overline{S}_y}{b_2 I_y}$$

Smykové napětí při ohybu

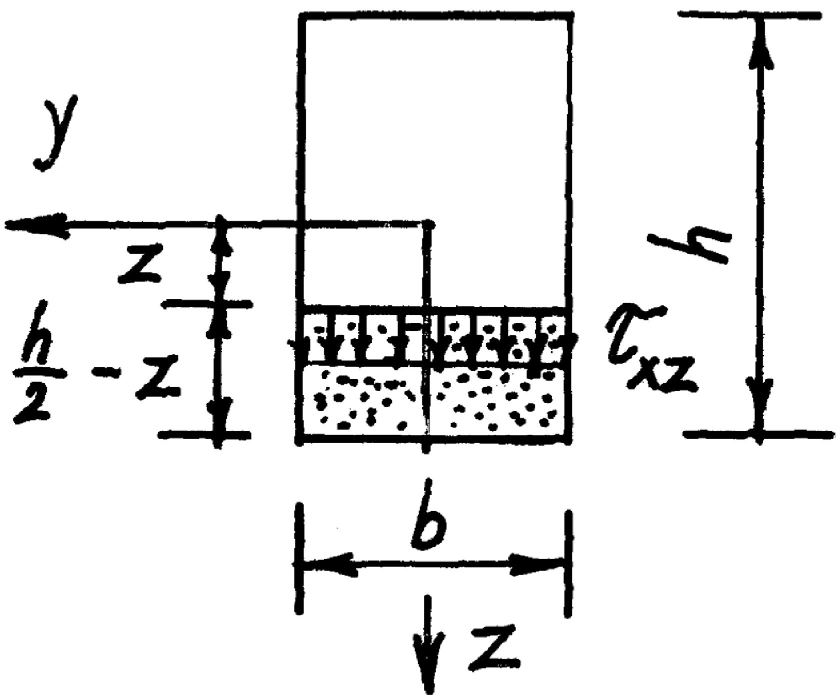
- Výsledné smykové napětí na okraji průřezu má směr tečny k obrysu





Smykové napětí při ohybu

Příklad: *Určete průběh smykových napětí v obdélníkovém průřezu zatíženém posouvající silou* Q_z. $(Q_y = 0)$



a) $$\tau_{xz} = \frac{Q_z \bar{S}_y}{b I_y}$$

$$I_y = \frac{bh^3}{12}$$

Smykové napětí při ohybu

Příklad - pokračování

$$\bar{S}_y = b\left(\frac{h}{2} - z\right)\left(z + \frac{\frac{h}{2} - z}{2}\right) \quad \ldots \quad \bar{S}_y = \frac{b}{8}\left(h^2 - 4z^2\right)$$

Parabola 2 st.

$$\tau_{xz} = \frac{Q_z \frac{b}{8}\left(h^2 - 4z^2\right)}{b\frac{bh^3}{12}} = \frac{3}{2}\frac{Q_z}{bh^3}\left(h^2 - 4z^2\right)$$

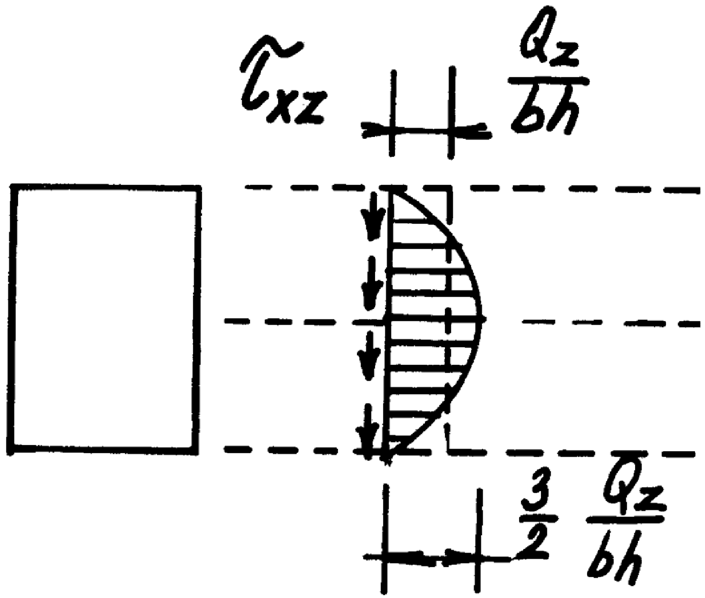
$$z = \pm\frac{h}{2} \ldots \tau_{xz} = 0 \qquad z = 0 \ldots \max\tau_{xz} = \frac{3}{2}\frac{Q_z}{bh}$$

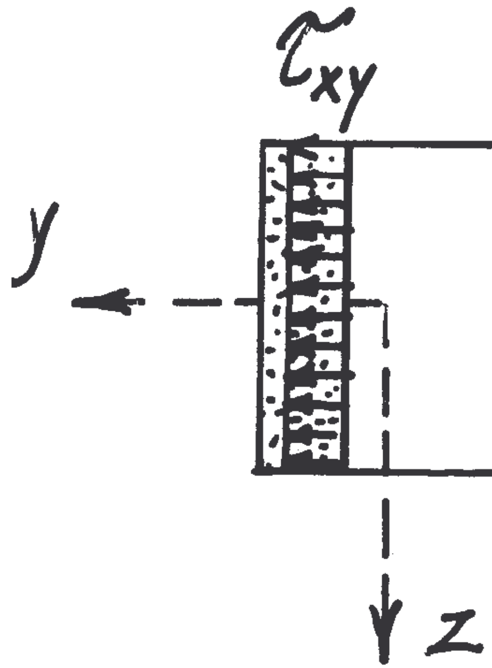
Smykové napětí při ohybu

Příklad - pokračování

$$b)\ \tau_{xy} = \frac{Q_z \overline{S}_y}{h I_y} \qquad \overline{S}_y = 0 \Rightarrow \tau_{xy} = 0$$

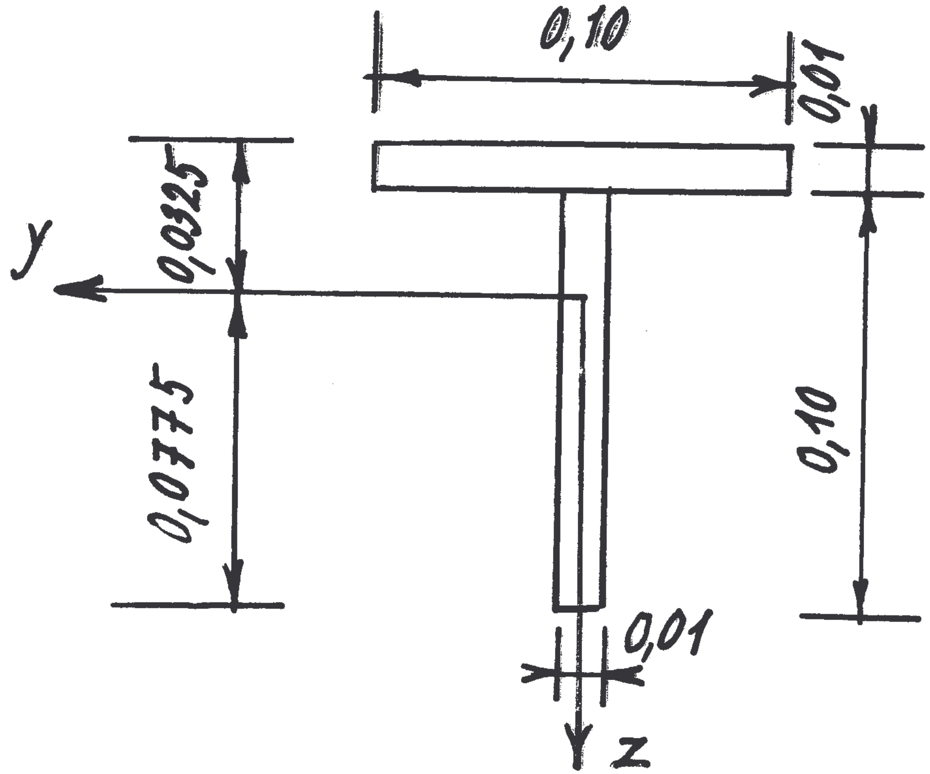
Symetrie podle y





Smykové napětí při ohybu

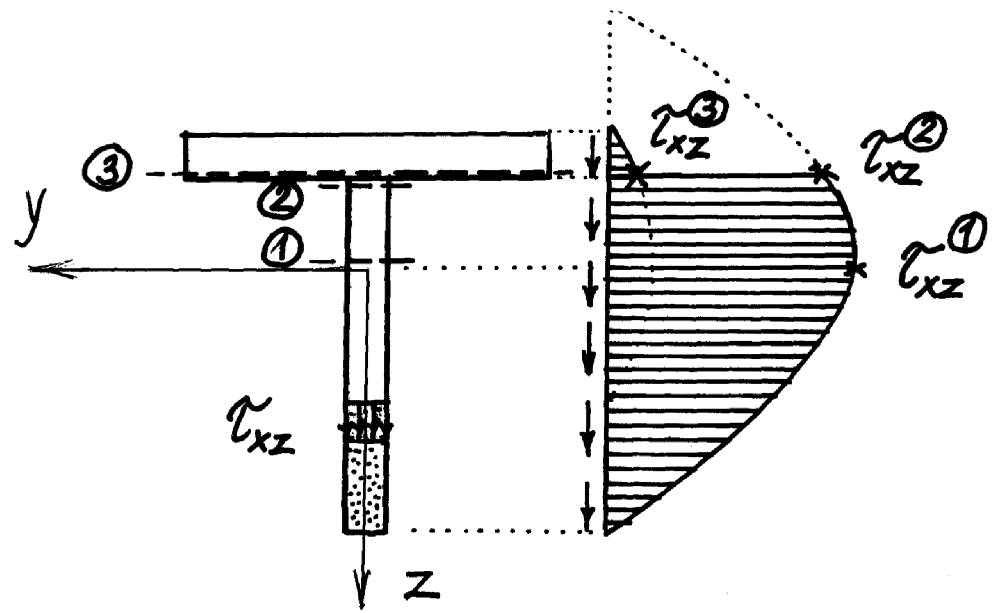
Příklad: *Určete průběhy smykových napětí v tenkostěnném průřezu zatíženém silou* $Q_z = 20\text{kN}$. $I_y = 2{,}354 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^4$



Smykové napětí při ohybu

a) τ_{xz}

$$\boxed{\tau_{xz} = \frac{Q_z \bar{S}_y}{b I_y}}$$



$$\bar{S}_y^{\,1} = \frac{0{,}01 \cdot 0{,}0775^2}{2} = 3 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^3$$

$$\bar{S}_y^{\,2} = \bar{S}_y^{\,3} = 0{,}01 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}0275 = 2{,}75 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^3$$

nebo $\bar{S}_y^{\,2} = -\bar{S}_y^{\,2} = -(-0{,}1 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}0275) =$

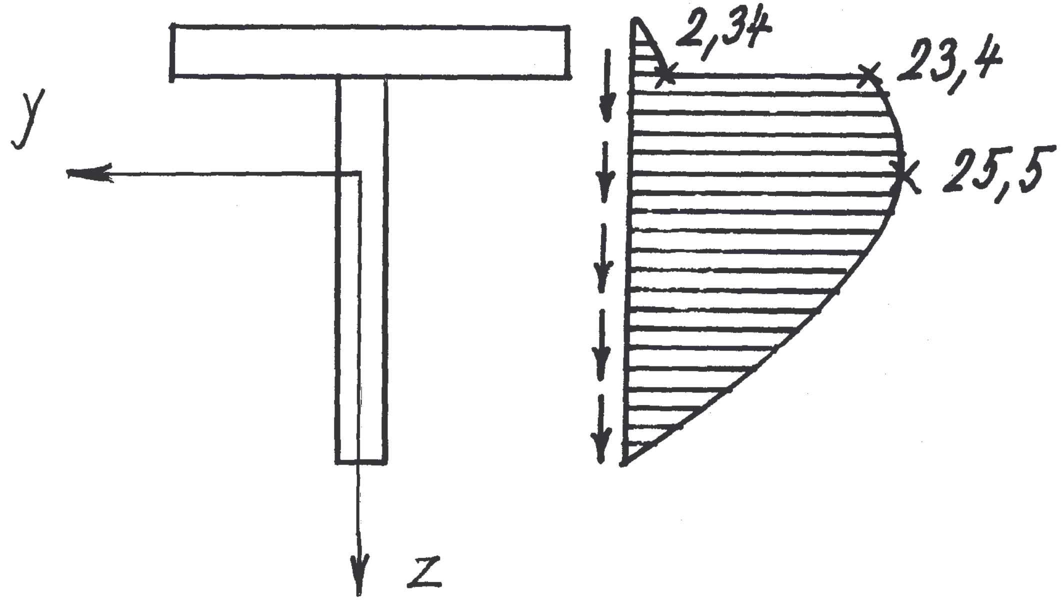
$$= 2{,}75 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^3$$

Smykové napětí při ohybu

$$\tau_{xz}^{1} = \frac{0{,}02 \cdot 3 \cdot 10^{-5}}{0{,}01 \cdot 2{,}354 \cdot 10^{-6}} = 25{,}5\,\mathrm{MPa}$$

$$\tau_{xz}^{2} = \frac{0{,}02 \cdot 2{,}75 \cdot 10^{-5}}{0{,}01 \cdot 2{,}354 \cdot 10^{-6}} = 23{,}4\,\mathrm{MPa}$$

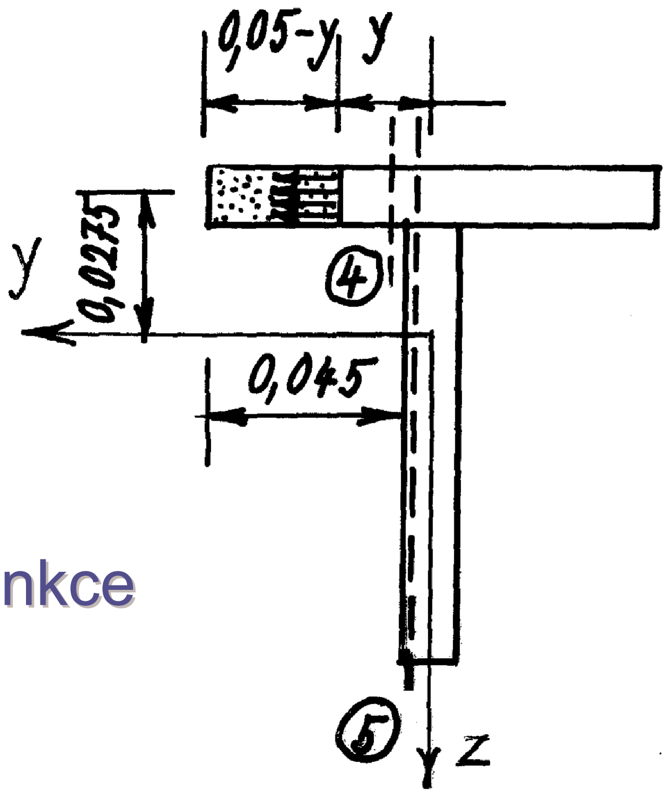
$$\tau_{xz}^{3} = \frac{0{,}02 \cdot 2{,}75 \cdot 10^{-5}}{0{,}1 \cdot 2{,}354 \cdot 10^{-6}} = 2{,}34\,\mathrm{MPa}$$



Smykové napětí při ohybu

b) τ_{xy}

$$\boxed{\tau_{xy} = \frac{Q_z \overline{S}_y}{b I_y}}$$



Lineární funkce

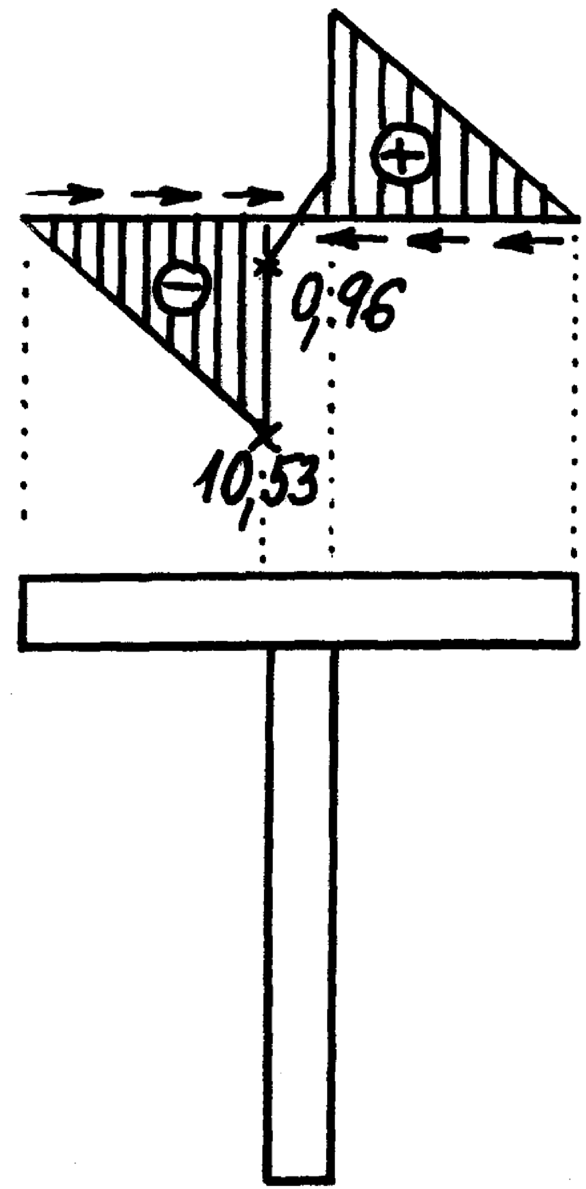
$$\overline{S}_y = 0{,}01 \cdot (0{,}05 - y)(-0{,}0275)$$

$$\overline{S}_y^{\,4} = -0{,}01 \cdot 0{,}045 \cdot 0{,}0275 = -1{,}2375 \cdot 10^{-5}$$

Smykové napětí při ohybu

$$\tau_{xy}^{4} = \frac{0{,}02 \cdot \left(-1{,}2375 \cdot 10^{-5}\right)}{0{,}01 \cdot 2{,}354 \cdot 10^{-6}} = -10{,}53\,\mathrm{MPa}$$

$$\tau_{xy}^{5} = \frac{0{,}02 \cdot \left(-1{,}2375 \cdot 10^{-5}\right)}{0{,}11 \cdot 2{,}354 \cdot 10^{-6}} = -0{,}96\,\mathrm{MPa}$$



Smykové napětí při ohybu

Poznámka: pro přibližně stejné hodnoty smykového napětí ve stojině a v pásnici je vhodný poměr $\boxed{\delta_{p\acute{a}snice} = \delta_{stojina} / 2.}$

Výsledný průběh smykového toku $t = \tau \cdot \delta$