

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STAVEBNÍ



DIPLOMOVÁ PRÁCE

Studie omezujících podmínek v evolučním
návrhu ocelových rámových konstrukcí

Autor práce: Michala Sobotková

Vedoucí diplomové práce: Doc. Ing. Jan Zeman, Ph.D.

Prosinec 2009

Abstrakt

V této diplomové práci jsou předvedeny a porovnány dvě vybrané aplikace omezujících podmínek při optimálním návrhu ocelové rámové konstrukce. Pro výpočet jsou uvažovány rámy o jednom a dvou polích.

Návrh je proveden algoritmem diferenciální evoluce a pro porovnání výsledných hodnot také simulovaným žíháním. Do obou těchto metod jsou zapracovány omezující podmínky dle eurokódu ČSN EN 1993-1-1.

Omezení jsou zahrnuta pomocí vhodně zvolené penalizační funkce a současně je také řešena varianta pro formulaci omezujících podmínek dle vícekriteriální optimalizace s aplikací na jednokriteriální objektivní funkci, kterou je v našem případě hmotnost konstrukce.

Při porovnání obou uvedených postupů z hlediska vhodnosti pro optimalizační úlohu rámu jsme došli k závěru, že při použití formulace omezujících podmínek dle vícekriteriální optimalizace dostáváme pro průměrné optimální hodnoty objektivní funkce na sadě několika optimalizačních pokusů horší výsledky, což v našem případě představuje rozdíl průměrné hmotnosti konstrukce při použití výše uvedených postupů do 5%. I přes tento nedostatek pro nás stále zůstává výhodné použití této formulace z pohledu uživatelského, protože výsledný optimální návrh rámu není závislý na vhodné volbě penalizační funkce.

Na tomto místě bych ráda poděkovala především Doc. Ing. Janu Zemanovi, Ph.D, který mi v průběhu zpracovávání diplomové práce poskytl cenné rady. Tímto bych mu také chtěla vyjádřit velikou vděčnost za ochotu a trpělivost.

Poděkování patří také rodičům, kteří mě během mého studia vždy podporovali, a Ing. Janu Prokopovi, jenž mi byl v průběhu zpracovávání diplomové práce maximální oporou.

Tato práce byla realizována za finanční podpory z prostředků státního rozpočtu prostřednictvím Ministerstva průmyslu a obchodu prostřednictvím grantu MPO FT-TA4/100.

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracovala samostatně a že jsem uvedla veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o etické přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze 18.12.2009

Michala Sobotková

Obsah :

1. Úvod	6
1.1. Proces optimalizace	6
1.2. Optimalizace ve stavebnictví	7
1.3. Cíl práce	8
2. Formulace optimalizačního problému	9
2.1. Výpočet vnitřních sil	9
2.1.1. Historický vývoj MKP	9
2.1.2. Princip metody konečných prvků	10
2.1.2.1. Odvození základní rovnice MKP	12
2.1.2.2. Sestavení globální matice tuhosti - algoritmizace	15
2.1.2.3. Přesnost metody konečných prvků	17
2.2. Omezující podmínky dle ČSN EN 1993-1-1	20
2.2.1. Posouzení na tah	20
2.2.2. Posouzení na tlak	21
2.2.3. Posouzení na vzpěr	21
2.2.4. Posouzení na ohyb	22
2.2.5. Posouzení na smyk	23
2.2.6. Posouzení na ohyb v kombinaci se smykem	24
2.2.7. Posouzení na ohyb v kombinaci s osovou silou	24
2.2.8. Posouzení na ohyb v kombinaci se smykem a osovou silou	25
2.2.9. Mezní stav použitelnosti – svislé a vodorovné průhyby	25
2.3. Objektivní funkce	25
2.3.1. Omezující podmínky	26
2.3.2. Zpracování omezujících podmínek	27
2.3.2.1. Penalizační funkce	27
2.4. Testovací příklad	28
2.4.1. Zadání konstrukce	28
2.4.2. Tvar objektivní funkce	29
2.4.3. Stanovení optimálního průřezu	30
2.4.4. Deformovaný tvar a průběhy vnitřních sil pro optimum	31
3. Jednokriteriální optimalizační metody	34
3.1. Simulované žíhání (SA)	34
3.1.1. Princip metody simulovaného žíhání	34
3.1.2. Algoritmus pro simulované žíhání	35
3.2. Diferenciální evoluce (DE)	37
3.2.1. Diferenciální evoluce a její princip	37
3.2.2. Algoritmus pro diferenciální evoluci	39
4. Vícekriteriální formulace optimalizačního problému	42
4.1. Postup při optimalizaci	42
4.1.1. Metody vícekriteriální optimalizace	43
4.1.2. Princip Pareto dominance	44
5. Porovnání výsledků při optimalizaci rámové konstrukce	46
5.1. Výsledky na testovacím příkladu	46
5.2. Návrh rámu o jednom poli	49
5.3. Návrh rámu o dvou polích	53
6. Závěr	57
7. Použitá literatura	59
8. Přílohy	61

1. ÚVOD

Optimalizací rozumíme všeobecně snahu o nalezení nejlepšího řešení pro uvažovaný konkrétní problém. Tento trend se v současnosti objevuje ve všech oblastech lidské činnosti, což je důsledek snahy šetření financí či přírodních zdrojů. Optimum lze pak nazvat buď minimum nebo maximum v závislosti na parametrech dané úlohy.

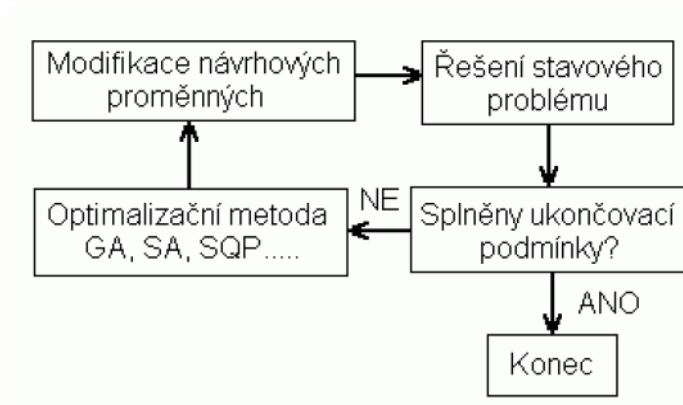
V dnešní době existuje celá řada optimalizačních metod, jejich vývoj je úzce spjat s rozvojem a rozšiřováním výpočetní techniky v 60. letech 19. století, protože teprve s nástupem počítačů bylo numerické řešení praktických úloh optimalizačními metodami zvládnutelné v relativně krátkém čase.

1.1. PROCES OPTIMALIZACE

Abychom byli schopni optimalizovat libovolný problém, je nutné jej nejprve nějakým způsobem formulovat. Právě vyjádření problému a vhodná optimalizační metoda jsou nezbytnými předpoklady pro optimalizaci.

Optimalizace je procesem iteračním, což je patrné z obrázku |1.1|. Hledáme vždy extrém nějaké funkce, která se nazývá objektivní. Její hodnotu ovlivňujeme změnou návrhových proměnných, které slouží jako parametr pro popis dané optimalizační úlohy. Při hledání optima se velmi často setkáváme s tím, že úloha má určitý počet omezení, která je při optimalizaci nutné respektovat a která zavádíme pomocí tzv. omezujících podmínek.

Při numerické optimalizaci je potřeba zadat pro každou návrhovou proměnnou nějakou počáteční hodnotu (tzv. nástřel), která bývá velmi často generována náhodně. Při každém vyhodnocení účelové funkce je pak sledováno, zda jsou splněné ukončovací podmínky. V případě nesplnění se provádí další iterace, v opačném případě proces optimalizace končí.



Obr. 1.1 - Proces optimalizace – převzato z [1]

1.2. OPTIMALIZACE VE STAVEBNICTVÍ

Ve stavebnictví má optimalizace největší uplatnění především v oblasti navrhování konstrukcí a konstrukčních částí typového charakteru, kde už byla daná konstrukce v průběhu let dobře propracována a je tedy potřeba provést návrh hospodárný, tzn. s úsporou materiálu a ceny, s maximálním využitím pevnostních a stabilitních vlastností, či vlastností spojených s dynamickým namáháním konstrukce.

Cílem projektanta je navrhnout konstrukci tak, aby vyhověla všem požadavkům na bezpečný a hospodárný návrh. Nejčastěji se jedná o únosnost, použitelnost a životnost uvažované konstrukce.

Stále častěji se v procesu optimalizace konstrukce zohledňují také environmentální aspekty navrhovaného systému, tj. dle [2] např. svázané emise CO_2 a SO_x a svázaná spotřeba energie při výrobě.

Pro zajištění komplexního přístupu při návrhu a projektování pozemních staveb je nezbytná optimalizace jednotlivých konstrukcí, konstrukčních prvků a materiálů, stejně tak stavby jako celku.

V případě, že se nám podaří najít nejefektivnější návrh, který vyhovuje všem předepsaným požadavkům, dostáváme konstrukci optimální.

1.3. CÍL PRÁCE

V této práci se budeme zabývat optimálním návrhem ocelové rámové konstrukce, který bude splňovat všechny zadané omezující podmínky uvedené v podkapitole 2.2. Návrh bude proveden s využitím dvou optimalizačních metod s důrazem na metodu diferenciální evoluce. Pro porovnání uvedeme také postup pomocí simulovaného žhání.

Budeme uvažovat vždy jednu objektivní funkci, u které se snažíme najít optimum. V našem případě se bude jednat o hmotnost konstrukce, která je ovlivněna návrhovými proměnnými, jimiž jsou průřezy jednotlivých prvků systému. Optimalizačními postupy tedy hledáme návrh rámu s minimální hmotností, který však musí splňovat všechny dané požadavky, tzv. omezující podmínky.

Pro výpočty oběma optimalizačními metodami budou uvažovány dva různé přístupy pro zohlednění omezujících podmínek. Jedním z nich je penalizace, jejíž princip bude vysvětlen detailněji v odstavci 2.3.2. Druhý přístup je založen na formulaci omezujících podmínek dle vícekriteriální optimalizace s použitím na jednokriteriální objektivní funkci, viz. odstavec 4.4.2. Porovnání obou výše uvedených metod pro zohlednění omezujících podmínek do optimalizačního výpočtu pak bude hlavním cílem této práce.

2. FORMULACE OPTIMALIZAČNÍHO PROBLÉMU

Naším cílem je provést návrh ocelové rámové konstrukce s maximální úsporou oceli. Za tímto účelem byl v systému MATLAB zpracován program, který pro optimalizační algoritmy vyhodnocuje objektivní funkci.

Vstupními parametry pro objektivní funkci, kterou je v našem případě hmotnost konstrukce, jsou profily jednotlivých prutů vybírané z předem definovaného seznamu válcovaných IPE profilů. Jako omezující podmínky byly vybrány některé posudky předepsané normou ČSN EN 1993-1-1, které jsou pro danou kombinaci profilů vyhodnoceny po výpočtu vnitřních sil založeného na metodě konečných prvků (MKP).

2.1. VÝPOČET VNITŘNÍCH SIL

Při výpočtu podle MKP se vychází z diskretizace daného problému na malé části, tzv. konečné prvky, což umožňuje numerické řešení parciálních diferenciálních rovnic a nalezení přibližného řešení.

Metoda konečných prvků je v současné době nejrozšířenější metodou při výpočtu vnitřních sil, pomocí které se řeší konstrukce prutové, plošné, i prostorové. V našem případě se bude jednat o konstrukce prutové ve 2D.

2.1.1. HISTORICKÝ VÝVOJ MKP

Metoda konečných prvků vznikla v padesátých letech 19. století ve výzkumném ústavu aeronautické a kosmické mechaniky v Ohio. Vedoucím výzkumu byl R.W.Clough. Z důvodu velké časové a finanční náročnosti experimentů při vývoji nových typů raket bylo nutné vytvořit numerickou výpočetní metodu, pomocí které by bylo možné provádět výpočty těchto raket.

V letech 1965 – 1975 se tato metoda výrazně rozšířila také mimo vojenskou oblast a mohly tak vzniknout výpočetní programy založené právě na MKP. U nás se stal prvním propagátorem prof. V. Kolář, DrSc. Podrobnější informace o historii MKP jsou uvedeny v použité literatuře [3].

Díky obecné matematické formulaci je možné metodou konečných prvků řešit úlohy nejen z mechaniky spojitých soustav, ale také z mechaniky hornin, proudění kapalin a plynů, šíření tepla a záření.

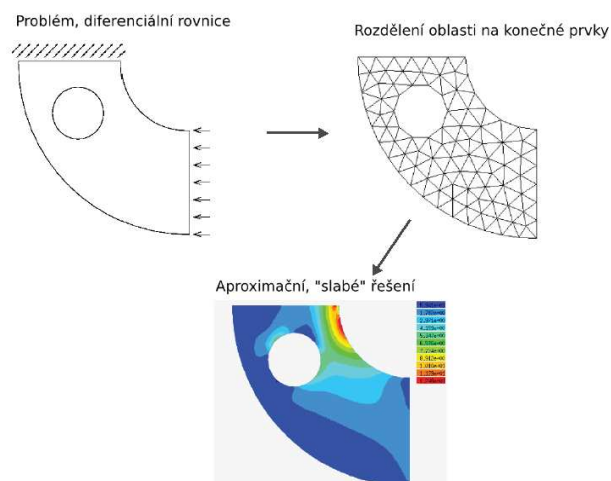
2.1.2. PRINCIP METODY KONEČNÝCH PRVKŮ

MKP se používá pro řešení široké oblasti inženýrských úloh. Jedná se o numerickou metodu, pomocí které získáme přibližné řešení daného problému. Součástí výpočtu by měl být tedy také odhad chyb řešení.

Principem této metody je použití konečného počtu neznámých parametrů pro řešení přibližných hodnot neznámých veličin. Postup, při kterém zavedeme konečný počet parametrů, se nazývá diskretizace.

Cílem diskretizace je rozdělit systém na konečný počet geometricky jednoduchých prvků, kterými mohou být např. úsečka, trojúhelník, obdélník či hranol.

Úlohy mechaniky jsou popsány diferenciálními rovnicemi, které lze analyticky řešit jen u jednoduchých konstrukcí. Analytické řešení získáme metodami matematické analýzy ve tvaru spojité funkce. V případě metody konečných prvků se spoléháme na numerické řešení úlohy. Uvažujeme konečný počet neznámých parametrů, pomocí kterých se hledaná funkce přibližně aproximuje. Tento postup nám umožní diferenciální rovnici převést na soustavu lineárních rovnic a výpočet je tak možné snadno algoritmizovat.



Obr. 2.1 – Idea MKP – převzato z [4]

Přesnost řešení závisí na výběru aproximačních funkcí, které musí splňovat podmínky kontinuity a úplnosti. Kontinuita zajišťuje dostatečnou hladkost aproximační funkce. Podmínkou úplnosti je myšlena schopnost aproximace popsat danou funkci.

Při výpočtu vnitřních sil byla použita deformační varianta MKP, kdy při diskretizaci zavádíme konečný počet neznámých deformačních parametrů.

V našem případě byla pro vodorovné posuny použita lineární a pro svislé posuny kubická aproximační funkce dle (2.1) a (2.2).

$$u(x) = \alpha_1 x + \alpha_2 \quad (2.1)$$

$$w(x) = \alpha_3 + \alpha_4 x + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 x^3 \quad (2.2)$$

Při sestavení rovnic vycházíme z deformační metody, tj. snažíme se vyjádřit uzlové síly v závislosti na uzlových posunech. Základní rovnice metody konečných prvků má tedy tvar.

$$\mathbf{f} = \mathbf{K} \mathbf{r} \quad (2.3)$$

kde \mathbf{K} - globální matice tuhosti konstrukce

\mathbf{r} - vektor deformačních neznámých

\mathbf{f} - globální vektor uzlových sil

Dále je do výpočtu potřeba zavést okrajové podmínky, bez kterých je matice tuhosti singulární, protože obsahuje posunutí tělesa jako tuhého celku. Jejich zavedení se provede tak, že budeme uvažovat zvlášť podmínky rovnováhy příslušející volným a předepsaným stupňům volnosti dle (2.4).

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{f} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{pp} & \mathbf{K}_{up} \\ \mathbf{K}_{up} & \mathbf{K}_{uu} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{u}} \\ \mathbf{u} \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

kde $\bar{\mathbf{u}}$ - vektor předepsaných posunů

\mathbf{u} - vektor neznámých posunů

\mathbf{f} - vektor známých uzlových sil

\mathbf{r} - vektor neznámých uzlových sil

Po zavedení okrajových podmínek lze vypočítat vektor neznámých posunů \mathbf{u} ze vztahu (2.5).

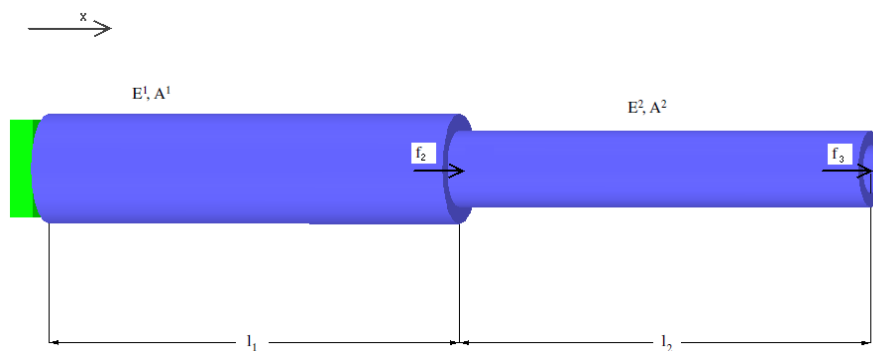
$$\mathbf{u} = \mathbf{K}_{uu}^{-1}(\mathbf{f} - \mathbf{K}_{up}\bar{\mathbf{u}}) \quad (2.5)$$

Zbylé podmínky rovnováhy slouží k výpočtu neznámých uzlových sil \mathbf{r} .

$$\mathbf{r} = \mathbf{K}_{up}\mathbf{u} + \mathbf{K}_{pp}\bar{\mathbf{u}} \quad (2.6)$$

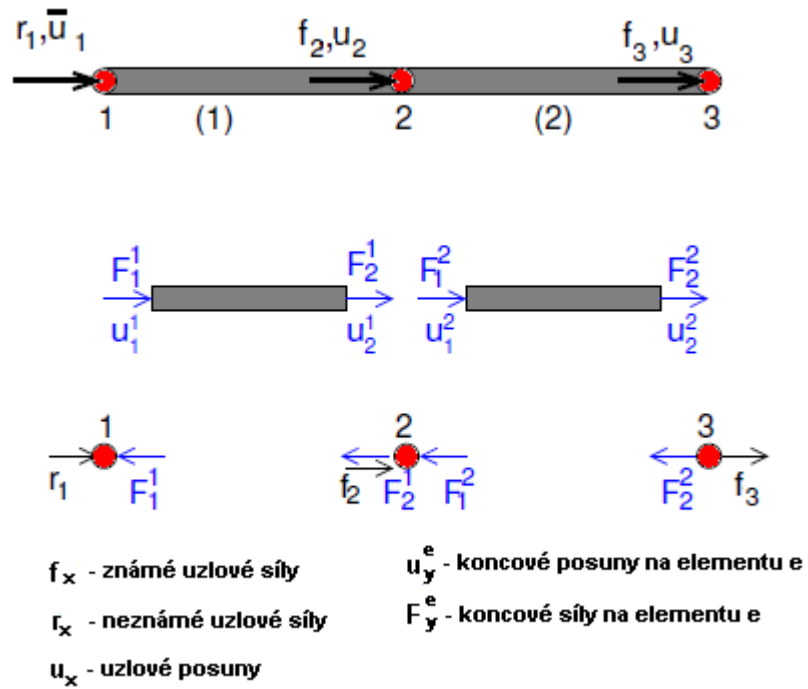
2.1.2.1. Odvození základní rovnice MKP

Odvození bude provedeno pro konstrukci v 1D na obrázku [2.2], která je tvořena dvěma elementy o délkách l_1 a l_2 s rozdílnými průřezovými charakteristikami. Při sestavování rovnic jsme čerpali z literatury [4].



Obr. 2.2 – Tvar konstrukce v 1D

Nejprve zavedeme deformační neznámé, pomocí kterých se budeme snažit vyjádřit uzlové síly, viz obr. [2.3].



Obr. 2.3 – Zavedení deformačních neznámých v 1D

Jestliže napíšeme podmínky rovnováhy vnitřních a koncových sil na jednom elementu, dostáváme:

$$F_1^e = -\sigma \cdot A \quad (2.7)$$

$$F_2^e = \sigma \cdot A \quad (2.8)$$

Dále napíšeme Hookeův zákon pro rovinnou napjatost ve tvaru

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.9)$$

Deformace je definována jako poměrné protažení prutu podle (2.10)

$$\varepsilon = E \cdot \frac{u_2^e - u_1^e}{l} \quad (2.10)$$

Po dosazení rovnic (2.9) a (2.10) do (2.7) a (2.8) dostáváme pro podmínky rovnováhy vnitřních a koncových sil následující vztahy:

$$F_1^e = \frac{EA}{l}(u_1^e - u_2^e) = k^e(u_1^e - u_2^e) \quad (2.11)$$

$$F_2^e = \frac{EA}{l}(u_2^e - u_1^e) = k^e(u_2^e - u_1^e) \quad (2.12)$$

kde $k^e = \frac{EA}{l}$ je tuhost prvku.

Rovnice (2.11) a (2.12) lze napsat také maticově

$$\begin{Bmatrix} F_1^e \\ F_2^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k^e & -k^e \\ -k^e & k^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1^e \\ u_2^e \end{Bmatrix}, \quad \overline{\mathbf{F}}^e = \overline{\mathbf{K}}^e \overline{\mathbf{r}}^e \quad (2.13)$$

Uvedené rovnice (2.11) a (2.12) byly sestaveny pro jeden element. Pro odvození metody konečných prvků u konstrukce na obrázku [2.1], která se skládá ze dvou prvků, je potřeba sestavit následující podmínky rovnováhy ve vodorovném směru v uzlech (1) až (3).

$$(1) \quad \longrightarrow \quad F_1^1 - f_1 = 0 \quad (2.14)$$

$$(2) \quad \longrightarrow \quad F_2^1 + F_1^2 - f_2 = 0 \quad (2.15)$$

$$(3) \quad \longrightarrow \quad F_2^2 - r_3 = 0 \quad (2.16)$$

Uvážíme-li, že platí následující podmínka kompatibility (2.17), kterou zajistíme shodné koncové posuny v uzlech, můžeme rovnice (2.14) až (2.16) vyjádřit také v závislosti na uzlových posunech, viz (2.18) až (2.20).

$$u_1^1 = u_1, u_2^1 = u_1^2 = u_2, u_2^2 = u_3 \quad (2.17)$$

$$(1) \quad \longrightarrow \quad F_1^1 - f_1 = k^1(u_1 - u_2) - f_1 = 0 \quad (2.18)$$

$$(2) \quad \longrightarrow \quad F_2^1 + F_1^2 - f_2 = k^1(u_2 - u_1) + k^2(u_2 - u_3) - f_2 = 0 \quad (2.19)$$

$$(3) \quad \longrightarrow \quad F_2^2 - r_3 = k^2(u_3 - u_2) - r_3 = 0 \quad (2.20)$$

Rovnice (2.14) až (2.16) lze také zapsat maticově.

$$\begin{Bmatrix} F_1^1 \\ F_2^1 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ F_1^2 \\ F_2^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{Bmatrix} \quad (2.21)$$

Nyní dosadíme koncové síly na jednotlivých elementech z (2.13) do vztahu (2.21) a dostáváme:

$$\begin{Bmatrix} r_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k^1 & -k^1 & 0 \\ -k^1 & k^1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k^2 & -k^2 \\ 0 & -k^2 & k^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

což se dá zkráceně napsat jako

$$\mathbf{f} = \mathbf{K} \mathbf{r} \quad (2.23)$$

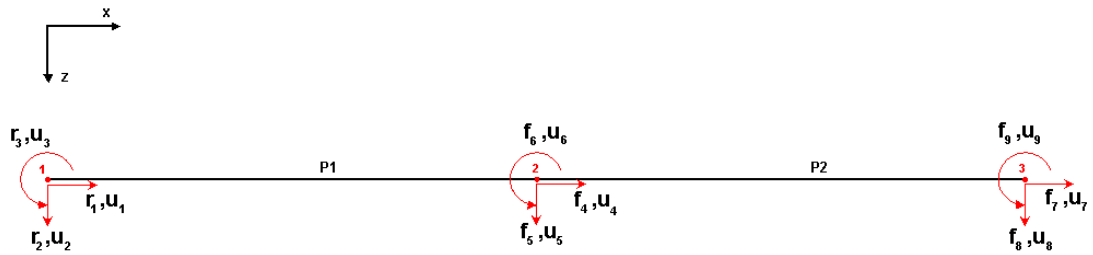
kde \mathbf{K} je globální matice tuhosti konstrukce, v našem případě:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k^1 & -k^1 & 0 \\ -k^1 & k^1 + k^2 & -k^2 \\ 0 & -k^2 & k^2 \end{bmatrix}$$

2.1.2.2. Sestavení globální matice tuhosti - algoritmizace

Sestavování globální matice tuhosti je prováděno pomocí tzv. kódových čísel, které zavádíme očíslováním neznámých. Tato čísla přiřadíme lokálním posunům a silám na prvcích. Díky jejich přiřazení se prvky lokální matice tuhosti přičtou do globální matice na místo určené právě kódovými čísly.

Protože se pohybujeme v rovině, je potřeba zavést vždy 3 deformační neznámé pro každý uzel konstrukce. Jestliže provedeme sestavení globální matice tuhosti pro konstrukci na obrázku |2.7|, bude zavedení deformačních neznámých vypadat následovně.



Obr. 2.4 – Zavedení deformačních neznámých ve 2D

Při našich výpočtech uvažujeme aproximaci svislých posunů kubickou funkcí a aproximaci vodorovných posunů lineární funkcí, matice tuhosti obou elementů bude ve tvaru dle obrázku [2.5], kde jsou již také zavedena kódová čísla, která určují umístění daného prvku matice v globální matici tuhosti.

$$\mathbf{K}^e = \begin{matrix} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & -\frac{6EI_y}{l^2} & 0 & -\frac{12EI_y}{l^3} & \frac{6EI_y}{l^2} \\ 0 & -\frac{6EI_y}{l^2} & \frac{4EI_y}{l} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & \frac{2EI_y}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_y}{l^3} & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & \frac{6EI_y}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & -\frac{2EI_y}{l} & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2} & \frac{4EI_y}{l} \end{bmatrix} \begin{matrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \\ 6 & 3 \\ 7 & 4 \\ 8 & 5 \\ 9 & 6 \end{matrix} \end{matrix}$$

Obr. 2.5 – Matice tuhosti vodorovného prvku s kódovými čísly

Výše uvedená matice tuhosti odpovídá prvkům, které mají lokální souřadný systém shodný s globálním, v našem případě se jedná o prvky vodorovné. U ostatních prvků je potřeba tuto matici transformovat z lokálního do globálního souřadného systému pomocí tzv. transformační matice.

Globální matice tuhosti celé konstrukce bude mít rozměr 9x9 a bude se skládat z příspěvků od jednotlivých elementů. Červeně jsou znázorněny příspěvky z prvku P1, modře pak z prvku P2.

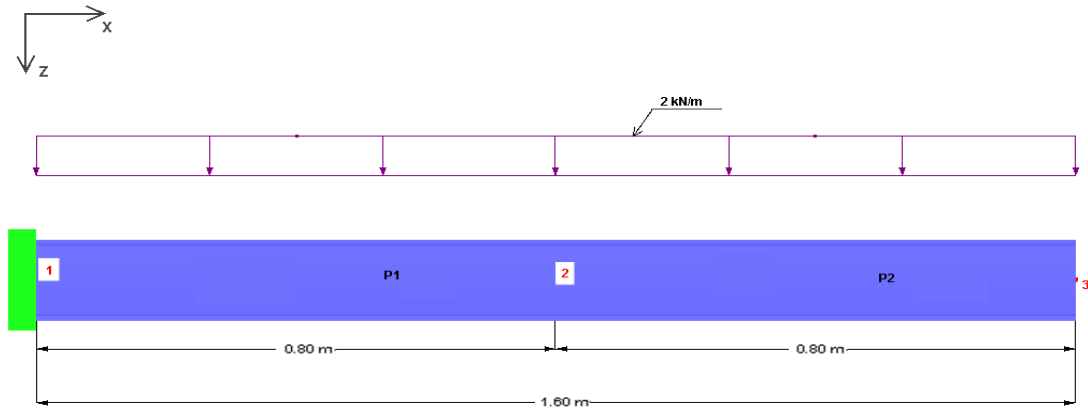
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix}
 \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & -\frac{6EI_y}{l^2} & 0 & -\frac{12EI_y}{l^3} & -\frac{6EI_y}{l^2} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{6EI_y}{l^2} & \frac{4EI_y}{l} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & \frac{2EI_y}{l} & 0 & 0 & 0 \\
 -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} + \frac{EA}{l} & 0+0 & 0+0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{12EI_y}{l^3} & \frac{6EI_y}{l^2} & 0+0 & \frac{12EI_y}{l^3} + \frac{12EI_y}{l^3} & \frac{6EI_y}{l^2} - \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & -\frac{12EI_y}{l^3} & -\frac{6EI_y}{l^2} \\
 0 & -\frac{6EI_y}{l^2} & \frac{2EI_y}{l} & 0+0 & \frac{6EI_y}{l^2} - \frac{6EI_y}{l^2} & \frac{4EI_y}{l} + \frac{4EI_y}{l} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & \frac{2EI_y}{l} \\
 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{l^3} & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & \frac{6EI_y}{l^2} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2} & \frac{2EI_y}{l} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & \frac{4EI_y}{l}
 \end{bmatrix}$$

Obr. 2.6 – Globální matice tuhosti konstrukce

2.1.2.3. Přesnost metody konečných prvků

Jestliže pro posuny uvažujeme aproximační funkce dle (2.1) a (2.2), dostáváme výsledné lineární průběhy momentů a konstantní průběhy normálových a posouvacích sil.

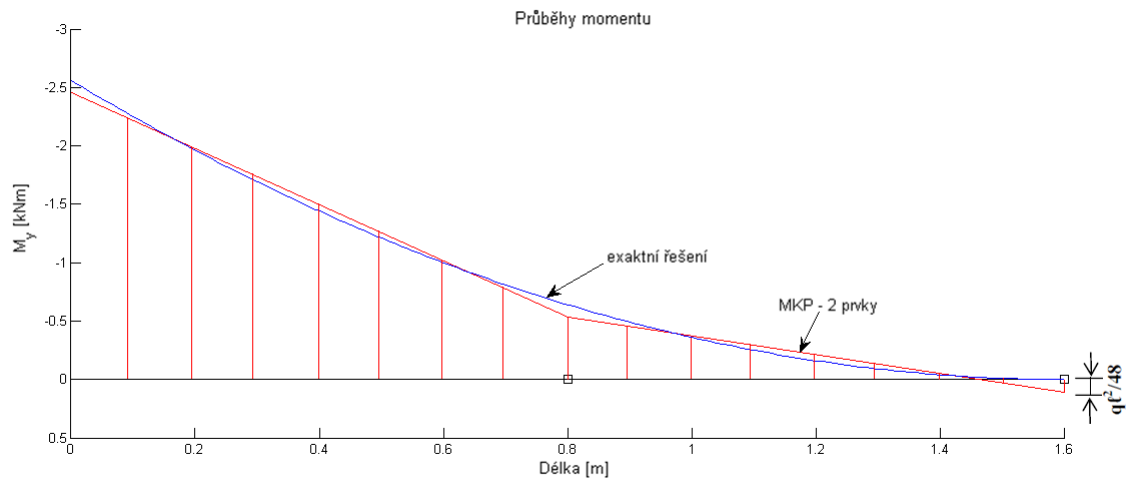
Při hodnocení přesnosti výpočtu uvažujeme zadání konzoly dle obrázku |2.7|, kde analytickým řešením dostáváme lineární průběh posouvací síly a kvadratický průběh momentů.



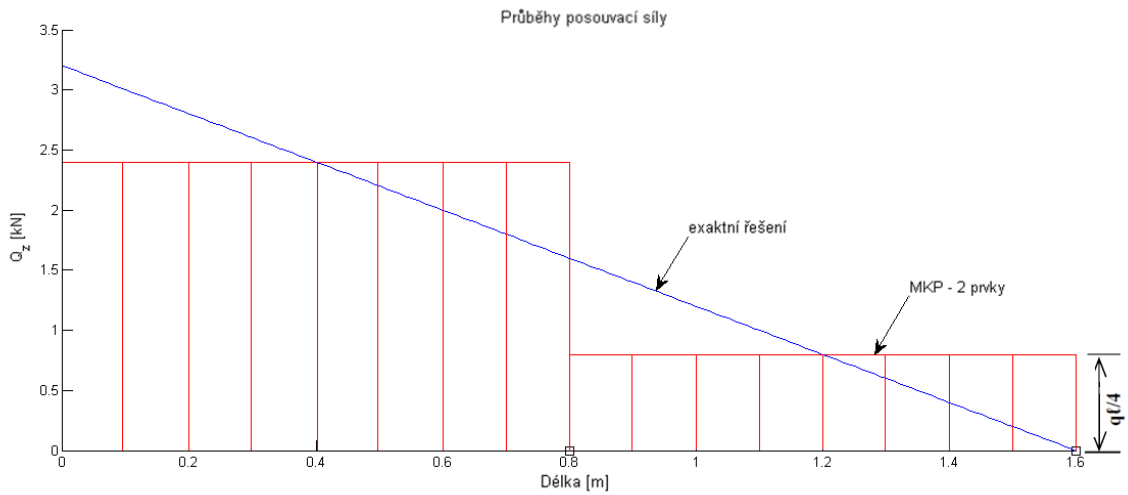
Obr. 2.7 – Příklad – konzola ve 2D

Při dělení konstrukce na dva elementy vzniká při výpočtu MKP u momentů chyba

$\frac{ql^2}{48}$, u posouvací síly pak $\frac{ql}{4}$, viz obr. |2.8| a |2.9|.

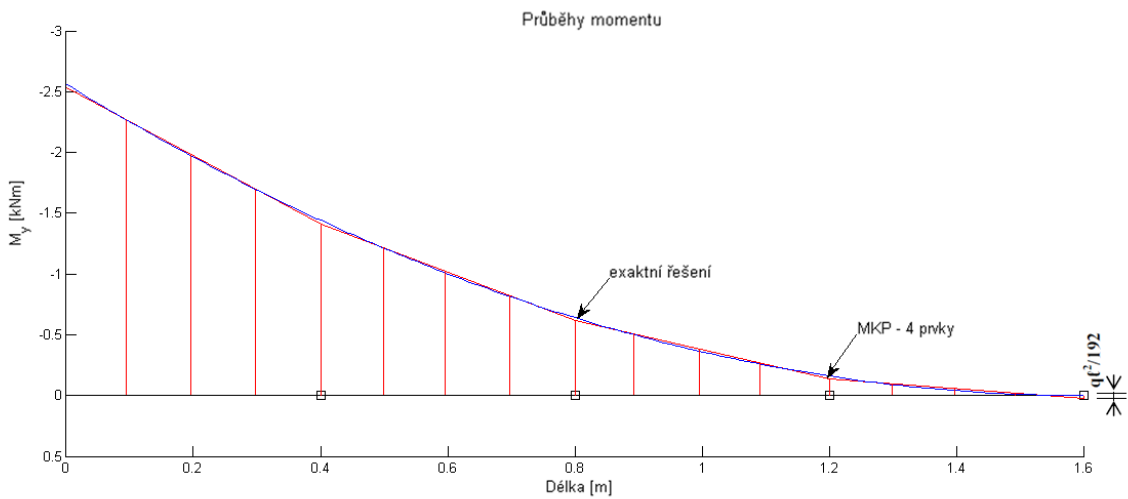


Obr. 2.8 – Průběhy momentu – 2 prvky

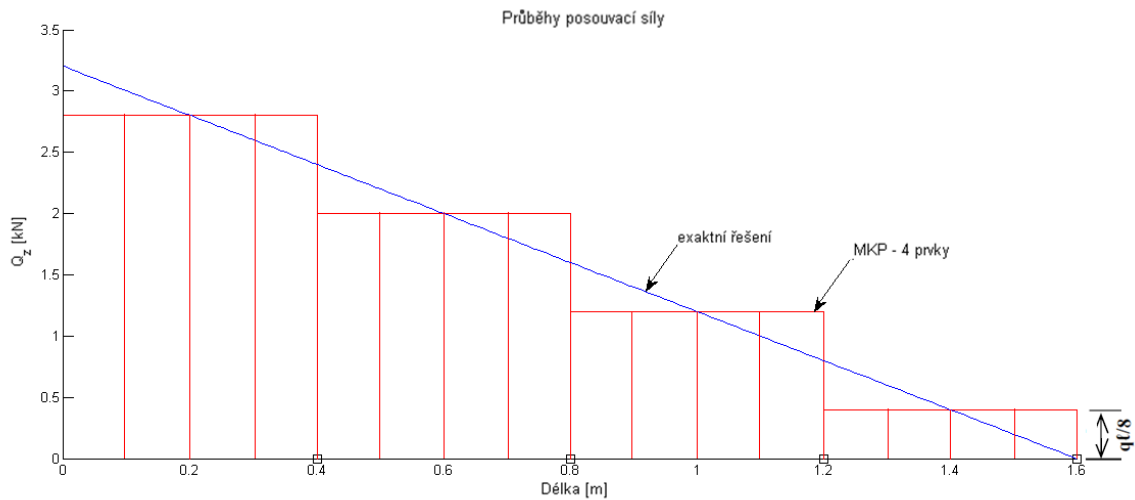


Obr. 2.9 – Průběhy posouvací síly – 2 prvky

Použijeme-li dělení na 4 prvky, nepřesnosti výpočtu se výrazně zmenší. U momentu již dostáváme velmi přesné hodnoty s chybou $\frac{ql^2}{192}$, u posouvací síly došlo také ke snížení chyby, která má nyní poloviční hodnotu $\frac{ql}{8}$, viz obr. |2.10| a |2.11|.



Obr. 2.10 – Průběhy momentů – 4 prvky



Obr. 2.11 – Průběhy posouvací síly – 4 prvky

Z výsledků na obrázcích |2.8| až |2.11| je patrné, že s rostoucím počtem elementů při zahuštění dělení konstrukce se snižuje chyba výpočtu. Použitím dostatečného počtu konečných prvků jsme tedy schopni zajistit výsledky, které lze pro účely této práce považovat za přesné.

2.2. OMEZUJÍCÍ PODMÍNKY DLE ČSN EN 1993-1-1

Při optimalizaci konstrukce, což je v našem případě problém hledání minimální hmotnosti, je potřeba zajistit, aby tato konstrukce vyhověla na mezní stav únosnosti a použitelnosti, tzn. je zapotřebí stanovit omezující podmínky.

Počet omezujících podmínek není pevně stanoven, do výpočtu je možné v případě potřeby zapracovat další normová posouzení, případně i jiná kritéria. Z časových důvodů a z důvodu náročnosti algoritmizace některých normových posudků jsme v našem výpočtu uvažovali pouze omezení popsaná v odstavcích 2.2.1 až 2.2.9.

2.2.1. POSOUZENÍ NA TAH

Pro každý průřez musí platit podmínka (2.24). Budeme uvažovat pouze konstrukce bez oslabení dírami pro spojovací prostředky.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1,0 \quad (2.24)$$

kde N_{Ed} je návrhová hodnota tahové normálové síly

$N_{t,Rd}$ se stanoví jako návrhová plastická únosnost neoslabeného průřezu v tahu dle (2.25).

$$N_{t,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{MO}} \quad (2.25)$$

kde A je plocha průřezu

f_y / γ_{MO} je návrhová pevnost oceli

2.2.2. POSOUZENÍ NA TLAK

V našem případě budeme uvažovat pouze průřezy třídy 1 až 3, pro které musí platit podmínka (2.26).

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (2.26)$$

kde N_{Ed} je návrhová hodnota tlakové normálové síly

$N_{c,Rd}$ se stanoví jako návrhová únosnost v prostém tlaku podle (2.27)

$$N_{c,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{MO}} \quad (2.27)$$

2.2.3. POSOUZENÍ NA VZPĚŘ

Tlačené pruty budou posuzovány na vzpěr podle podmínky (2.28). Předpokládáme držení rámu v kolmém směru, budeme tedy uvažovat pouze vzpěr v rovině rámu. Vztah platí pro průřezy třídy 1 až 3.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (2.28)$$

kde N_{Ed} je návrhová hodnota tlakové normálové síly

$N_{b,Rd}$ se stanoví jako návrhová vzpěrná únosnost tlačeného prutu dle následujícího vztahu (2.29)

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.29)$$

kde χ je součinitel vzpěrnosti pro daný způsob vybočení

f_y / γ_{M1} je návrhová pevnost oceli pro posuzování vzpěrné únosnosti

Součinitel vzpěrnosti se pro odpovídající poměrnou štíhlost $\bar{\lambda}$ určí z příslušné křivky vzpěrné pevnosti, která je definována vztahem (2.30).

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}, \quad \chi \leq 1,0 \quad (2.30)$$

$$\text{kde } \phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]$$

Protože v našem případě budeme posuzovat pruty z válcovaných profilů IPE80 až IPE500 z oceli S235 a uvažujeme pouze vybočení kolmo k ose y-y, budeme používat vzpěrnosti křivku *a* se součinitelem imperfekce $\alpha = 0,21$.

Pro poměrnou štíhlost $\bar{\lambda}$ lze v případě rovinného vzpěru psát vztah (2.31).

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \frac{1}{\lambda_1} \quad (2.31)$$

kde L_{cr} je vzpěrná délka v dané rovině vybočení

i je poloměr setrvačnosti průřezu k příslušné ose

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

2.2.4. POSOUZENÍ NA OHYB

Pro každý průřez musí platit podmínka (2.32). Uvažujeme pouze průřezy do třídy 2 bez oslabení dírami pro spojovací prostředky.

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (2.32)$$

kde M_{Ed} je návrhová hodnota ohybového momentu

$M_{c,Rd}$ je návrhová únosnost v ohybu k některé hlavní ose průřezu a stanoví se podle vztahu (2.33)

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{MO}} \quad (2.33)$$

kde W_{pl} je plastický průřezový modul

f_y / γ_{MO} je návrhová pevnost oceli

2.2.5. POSOUZENÍ NA SMYK

Pro každý průřez musí platit podmínka (2.34). Pro náš případ předpokládáme plasticitní návrh, vliv kroucení neuvažujeme.

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (2.34)$$

kde V_{Ed} je návrhová hodnota smykové síly

$V_{c,Rd}$ je návrhová únosnost ve smyku, která se stanoví se podle vztahu (2.35)

$$V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = \frac{A_v (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{MO}} \quad (2.35)$$

kde A_v je smyková plocha

$\frac{(f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{MO}}$ je návrhová pevnost oceli ve smyku

2.2.6. POSOUZENÍ NA OHYB V KOMBINACI SE SMYKEM

Pro každý průřez musí platit podmínka (2.32). Uvažujeme opět plasticitní návrh bez vlivu kroucení.

Jestliže je smyková síla větší než polovina plastické únosnosti, provádí se výpočet vždy s redukovanou únosností v ohybu dle (2.36).

$$(1 - \rho)f_y \quad (2.36)$$

kde ρ je redukční součinitel, který se vypočte ze vztahu (2.37).

$$\rho = \left(\frac{2V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 \quad (2.37)$$

2.2.7. POSOUZENÍ NA OHYB V KOMBINACI S OSOVOU SILOU

V našem případě budou posuzovány pouze dvojose symetrické průřezy I s ohybem okolo osy y-y, pro které musí být v každém místě splněna podmínka (2.38).

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd} \quad (2.38)$$

kde M_{Ed} je návrhová hodnota ohybového momentu

$M_{N,Rd}$ je návrhový plastický moment únosnosti, redukováný v důsledku působení osové síly N_{Ed} a stanoví se podle následujících přibližných vztahů (2.39) a (2.40)

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} (1 - n) / (1 - 0,5a) \quad (2.39)$$

$$M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd} \quad (2.40)$$

kde $n = N_{Ed} / N_{pl,Rd}$

$a = (A - 2bt_f) / A$, kde b a t_f jsou parametry průřezu, dále musí také platit že $a \leq 0,5$

2.2.8. POSOUZENÍ NA OHYB V KOMBINACI SE SMYKEM A OSOVOU SILOU

Pro průřezy namáhané kombinací ohybového momentu, smykové a osově síly musí platit vztah (2.38).

Dále se provádí redukce návrhové pevnosti oceli dle vztahu (2.36), jestliže návrhová hodnota smykové síly V_{Ed} je větší než 50% návrhové plastické smykové únosnosti $V_{pl,Rd}$. V opačném případě je možné zanedbat její účinek na únosnost průřezu při působení ohybu a osově síly.

2.2.9. MEZNÍ STAV POUŽITELNOSTI – SVISLÉ A VODOROVNÉ PRŮHYBY

Jako omezující podmínka pro průhyby konstrukce je v našem případě uvažována hodnota 1/250 rozpětí.

$$\delta_{v,max} \leq L / 250 \quad (2.41)$$

$$\delta_{H,max} \leq L / 250 \quad (2.42)$$

kde $\delta_{v,max}$ je maximální svislý průhyb

$\delta_{H,max}$ je maximální vodorovný průhyb

2.3. OBJEKTIVNÍ FUNKCE

Cílem této práce je minimalizovat hmotnost rámové ocelové konstrukce. Ta se vypočte ze vztahu (2.43).

$$f(G) = \sum_{i=1}^p (G_i L_i) \quad (2.43)$$

kde G_i - hmotnost 1m ocelového profilu v [kg/m]

L_i - délka prutu v [m]

p - počet prutů konstrukce

Proměnnými v této funkci jsou profily jednotlivých prutů vybírané z předem definovaného seznamu, který obsahuje 16 válcovaných IPE profilů v rozmezí IPE80 až IPE500.

Abychom získali optimum této funkce a současně vyhověli normovým požadavkům na únosnost a použitelnost, je nutné do této funkce zapracovat omezující podmínky.

2.3.1. OMEZUJÍCÍ PODMÍNKY

Bližší vysvětlení pro normové omezující podmínky bylo provedeno v odstavcích 2.2.1 až 2.2.9, proto zde uvádíme pouze jejich výčet bez dalšího komentáře.

Nalezené optimum objektivní funkce musí splňovat všechna omezující kritéria, která jsou reprezentována vztahy (2.44) – (2.51). V našem případě se jedná o normová posouzení uvedená ve tvaru, který je vhodnější pro optimalizační algoritmy.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} - 1 \leq 0 \quad (2.44)$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} - 1 \leq 0 \quad (2.45)$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} - 1 \leq 0 \quad (2.46)$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} - 1 \leq 0 \quad (2.47)$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} - 1 \leq 0 \quad (2.48)$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} - 1 \leq 0 \quad (2.49)$$

$$\frac{250\delta_{V,max}}{L} - 1 \leq 0 \quad (2.50)$$

$$\frac{250\delta_{H,max}}{L} - 1 \leq 0 \quad (2.51)$$

2.3.2. ZAPRACOVÁNÍ OMEZUJÍCÍCH PODMÍNEK

Pro zahrnutí omezujících podmínek do procesu optimalizace je možné použít různé metody. Jednou z možností je zapracování tzv. opravných algoritmů nebo speciálních operátorů. Optimalizační algoritmus pak pracuje pouze s přípustnými řešeními, které lze ohodnocovat přímo prostřednictvím objektivní funkce bez použití jakékoli penalizace.

Další variantou je např. použití penalizační metody, u které optimalizační algoritmus pracuje i s řešeními nepřípustnými. Jejich ohodnocení se pak snižuje, popř. zvyšuje pomocí vhodné penalizační funkce.

2.3.2.1. Penalizační funkce

Penalizační funkce pro řešení splňující všechny uvažované normové požadavky nabývá hodnoty nula a pro řešení, která alespoň jedno kritérium nespĺňují, nabývá hodnoty nenulové kladné. Měla by být volena vhodným způsobem s ohledem na řešení optimalizačního problému. Z důvodu existence širokého spektra rozmanitých úloh s rozdílnými omezujícími podmínkami neexistují pro výběr penalizační funkce obecná pravidla, jež by zajistila úspěch při optimalizačním procesu.

Obecně ale platí, že příliš mírná penalizace může vést k tomu, že i při přičtení penalizační funkce může mít nepřípustné řešení lepší ohodnocení než kterékoli přípustné řešení. Naopak příliš přísná penalizace nepřípustných řešení se může negativně promítnout v efektivnosti hledání. Jestliže máme více lokálních optim izolovaných množinou nepřípustných řešení, může být přechod přes tyto penalizací znevýhodněná řešení značně problematický.

Tvar objektivní funkce rozšířené o penalty bude následující:

$$f(G) = \sum_{i=1}^p (G_i L_i) + \sum_{j=1}^n p f_j \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} \chi_j &\leq 1 \\ p f_j &= 0 \end{aligned} \quad (2.53)$$

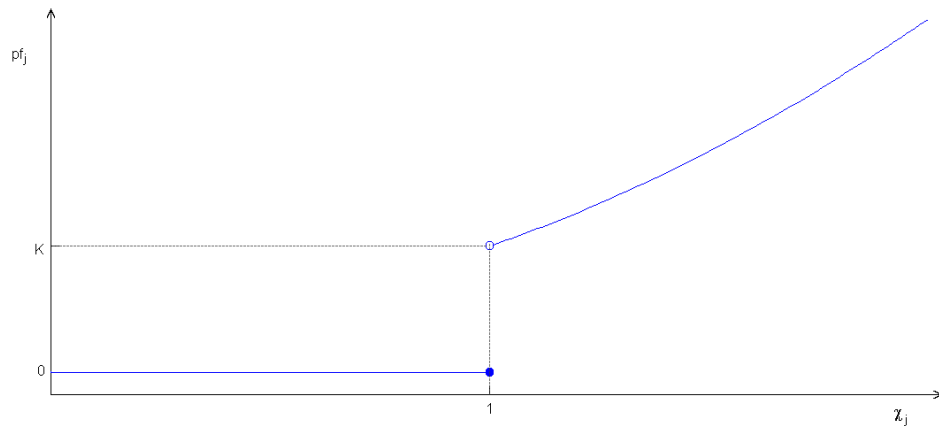
$$\begin{aligned} \chi_j &> 1 \\ p f_j &= K \cdot (\chi_j)^\beta \end{aligned} \quad (2.54)$$

kde $p f_j$ - penalizační funkce, grafické zobrazení viz obr. |2.12|

n - počet uvažovaných posudků

K, β - uživatelsky definované parametry

$$\chi_j - \text{maximální využití průřezu v } j\text{-tém posudku, } \chi_j = \frac{\Phi_j}{\Phi_{j,\max}}$$



Obr. 2.12 – Graf penalizační funkce

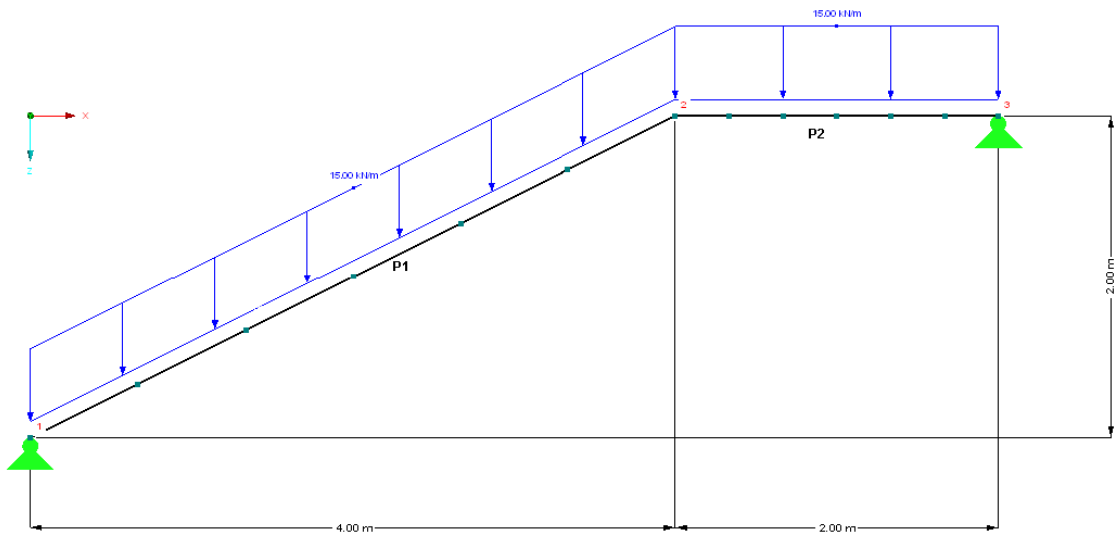
2.4. TESTOVACÍ PŘÍKLAD

2.4.1. ZADÁNÍ KONSTRUKCE

Jako jednoduchý příklad pro hledání optimální hmotnosti byla volena konstrukce se dvěma pruty s neposuvným kloubovým uložením. Spojité rovnoměrné zatížení ve směru globální osy „Z“ bylo uvažováno po celé délce konstrukce s hodnotou 15kN/m. Do výpočtu byla zahrnuta také vlastní tíha konstrukce.

Průřezy prutů, které v procesu optimalizace představují návrhové proměnné, byly postupně voleny z řady válcovaných profilů v rozmezí IPE80 až IPE500.

Vstupní údaje pro program při optimalizaci tohoto testovacího příkladu jsou v příloze č.1. Tvar a rozměry konstrukce, číslování prutů s rozdílnými průřezy je patrné z obrázku [2.13].

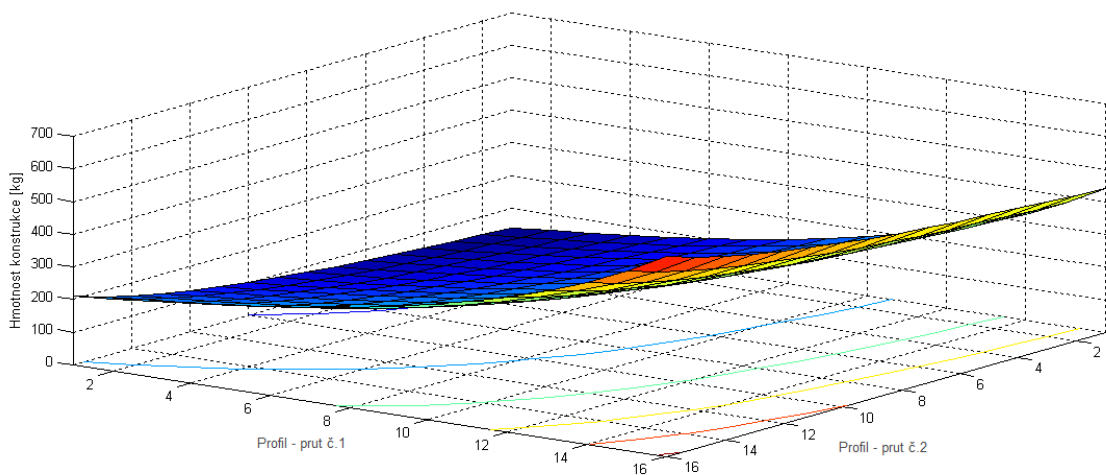


Obr. 2.13 – Model testovací konstrukce

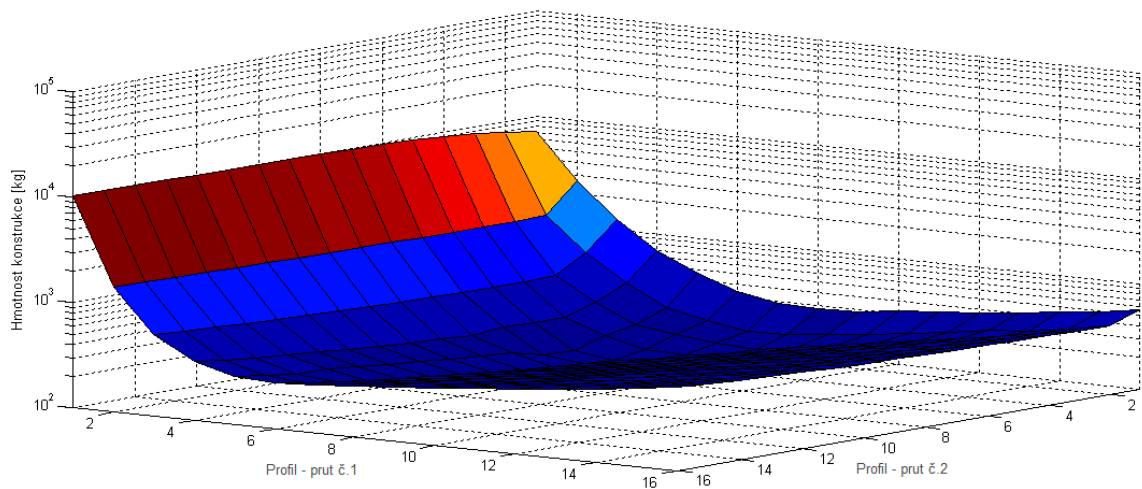
2.4.2. TVAR OBJEKTIVNÍ FUNKCE

Objektivní funkce pro testovací příklad z obrázku [2.13] je dána vztahem (2.43). Počet prutů a jejich délka je v této funkci konstantní. Jedinou proměnnou je hmotnost ocelového profilu, která se v našem případě pohybuje mezi 5,997 kg/m pro IPE80 a 91,060 kg/m pro IPE500. Tvar objektivní funkce je patrný z obr. [2.14].

V našem případě byla volena penalizační funkce s parametry $K=20$, $\beta=2$. Tvar penalizované objektivní funkce je patrný z obrázku [2.15]. Z důvodu lepšího zobrazení průběhu této funkce bylo pro svislou osu voleno logaritmické měřítko.



Obr. 2.14 – Průběh objektivní funkce



Obr. 2.15– Průběh objektivní funkce s penalizací

2.4.3. STANOVENÍ OPTIMÁLNÍHO PRŮŘEZU

Pro stanovení optimální hmotnosti zkoumané konstrukce bez využití optimalizačních algoritmů bylo potřeba provést $16^2 = 256$ výpočtů pro všechny možné kombinace válcovaných profilů IPE vybíraných ze seznamu.

Do objektivní funkce byla zahrnuta normová omezení z odstavce 2.3.1 pomocí penalizační funkce.

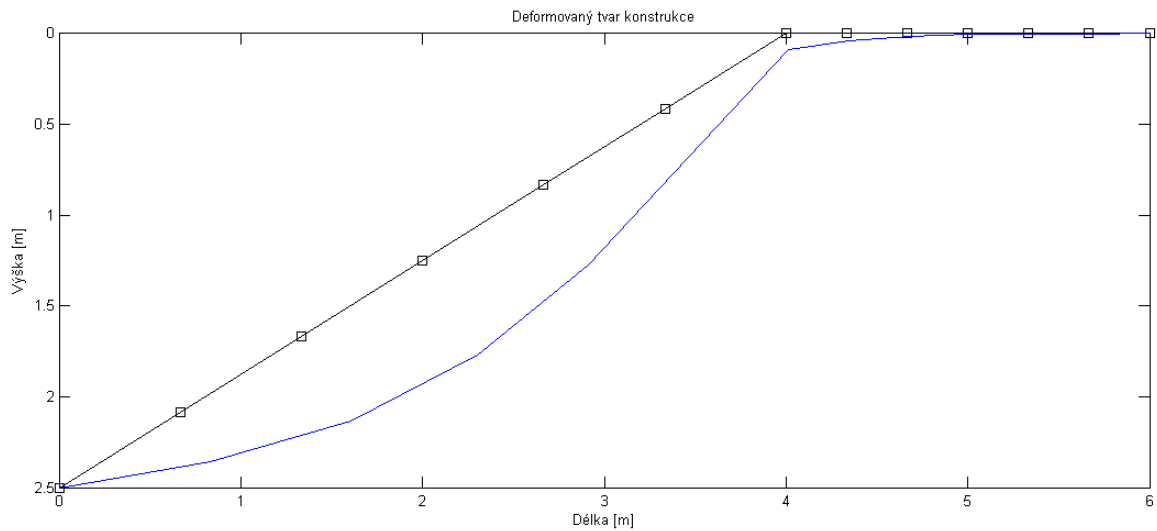
Z tabulky 2.1 je patrné, že pro konstrukci na obrázku [2.13] dostáváme za předpokladu splnění všech omezujících podmínek nejnižší hmotnost 120,05 kg s použitím profilů IPE180 pro první prut a IPE160 pro prut druhý. Růžová pole v tabulce udávají kombinace, které nevyhověly alespoň na jeden z uvažovaných posudků, tzn. penalizované kombinace. Hodnoty v tabulce jsou bez přičtené penalizační funkce.

IPE	PROFIL - PRUT Č.2																	
	80	100	120	140	160	180	200	220	240	270	300	330	360	400	450	500	550	600
80	40,2818	44,4598	49,0118	54,0358	59,8438	65,8098	73,0318	80,7258	89,6758	100,3518	112,7538	126,5898	142,4258	160,9518	183,4038	210,4078	238,6780	277,2078
100	50,1368	54,3138	58,8658	63,8898	69,6978	75,8638	82,8858	90,5798	99,5298	110,2058	122,6078	136,4238	152,2798	170,8058	193,2578	220,2618	248,5218	287,0618
120	60,8715	65,0495	69,6015	74,6255	80,4335	86,3995	93,6215	101,3155	110,2655	120,9415	133,3435	147,1595	163,0155	181,5415	203,9935	230,9975	259,2575	297,7975
140	72,7205	76,8985	81,4505	86,4745	92,2825	98,2485	105,4705	113,1645	122,1145	132,7905	145,1925	159,0085	174,8645	193,3905	215,8425	242,8465	271,1065	309,6465
160	86,4187	90,5967	95,1487	100,1727	105,9807	111,9467	119,1687	126,8627	135,8127	146,4887	158,8907	172,7067	188,5627	207,0887	229,5407	256,5447	284,8047	323,3447
180	100,4895	104,6675	109,2195	114,2435	120,0515	126,0175	133,2395	140,9335	149,8835	160,5595	172,9615	186,7775	202,6335	221,1595	243,6115	270,6155	298,8755	337,4155
200	117,5225	121,7005	126,2525	131,2765	137,0845	143,0505	150,2725	157,9665	166,9165	177,5925	189,9945	203,8105	219,6665	238,1925	260,6445	287,6485	315,9085	354,4485
220	136,8688	139,8468	144,3988	149,4228	155,2308	161,1968	168,4188	176,1128	185,0628	195,7388	208,1408	221,9588	237,8128	256,3388	278,7908	305,7948	334,0548	372,5948
240	156,7773	160,9553	165,5073	170,5313	176,3393	182,3053	189,5273	197,2213	206,1713	216,8473	229,2493	243,0653	258,9213	277,4473	299,8993	326,9033	355,1633	393,7033
270	181,9566	186,1346	190,6866	195,7106	201,5186	207,4846	214,7066	222,4006	231,3506	242,0266	254,4286	268,2446	284,1006	302,6266	325,0786	352,0826	380,3426	418,8826
300	211,2067	215,3847	219,9367	224,9607	230,7687	236,7347	243,9567	251,6507	260,6007	271,2767	283,6787	297,4947	313,3507	331,8767	354,3287	381,3327	409,5927	448,1327
330	243,7916	247,9696	252,5216	257,5456	263,3536	269,3196	276,5416	284,2356	293,1856	303,8616	316,2636	330,0796	345,9356	364,4616	386,9136	413,9176	442,1776	480,7176
360	281,1879	285,3659	289,9179	294,9419	300,7499	306,7159	313,9379	321,6319	330,5819	341,2579	353,6599	367,4759	383,3319	401,8579	424,3099	451,3139	479,5739	518,1139
400	324,8814	329,0594	333,6114	338,6354	344,4434	350,4094	357,6314	365,3254	374,2754	384,9514	397,3534	411,1694	427,0254	445,5514	468,0034	495,0074	523,2674	561,8074
450	377,8344	382,0124	386,5644	391,5884	397,3964	403,3624	410,5844	418,2784	427,2284	437,9044	450,3064	464,1224	479,9784	498,5044	520,9564	547,9604	576,2204	614,7604
500	441,6232	445,8012	450,2532	455,2772	461,0852	467,0512	474,2732	481,9672	490,9172	501,5932	513,9952	527,8112	543,6672	562,1932	584,6452	611,6492	639,9092	678,4492
550	508,1742	512,3522	516,9042	521,9282	527,7362	533,7022	540,9242	548,6182	557,5682	568,2442	580,6462	594,4622	610,3182	628,8442	651,2962	678,3002	706,5602	745,1002
600	599,0706	603,2486	607,8006	612,8246	618,6326	624,5986	631,8206	639,5146	648,4646	659,1406	671,5426	685,3586	701,2146	719,7406	742,1926	769,1966	797,4566	835,9966

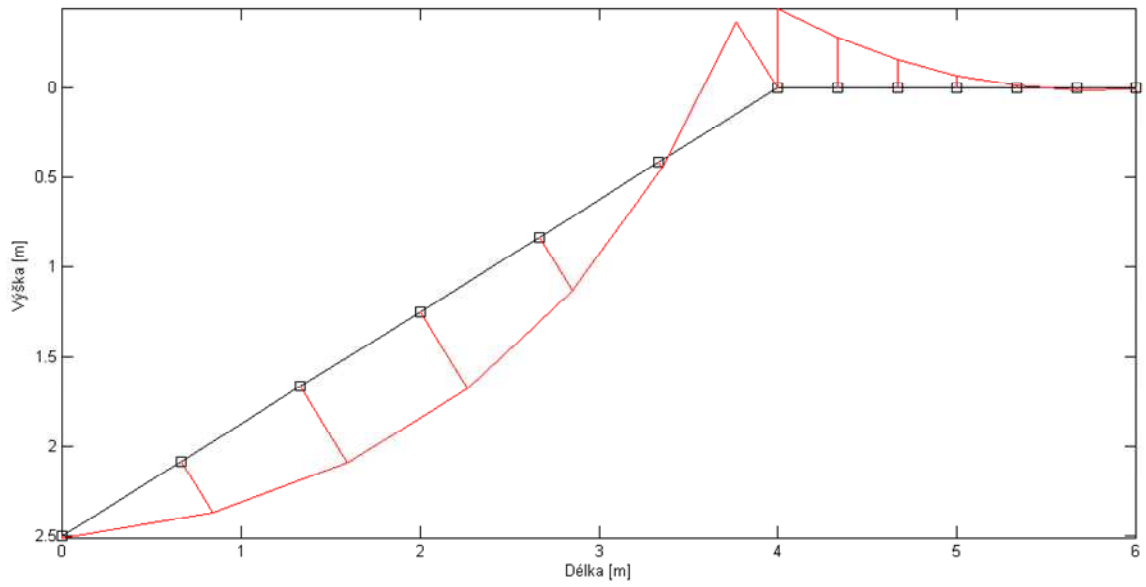
Tab. 2.1 – Vyhodnocení objektivní funkce

2.4.4. DEFORMOVANÝ TVAR A PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL PRO OPTIMUM

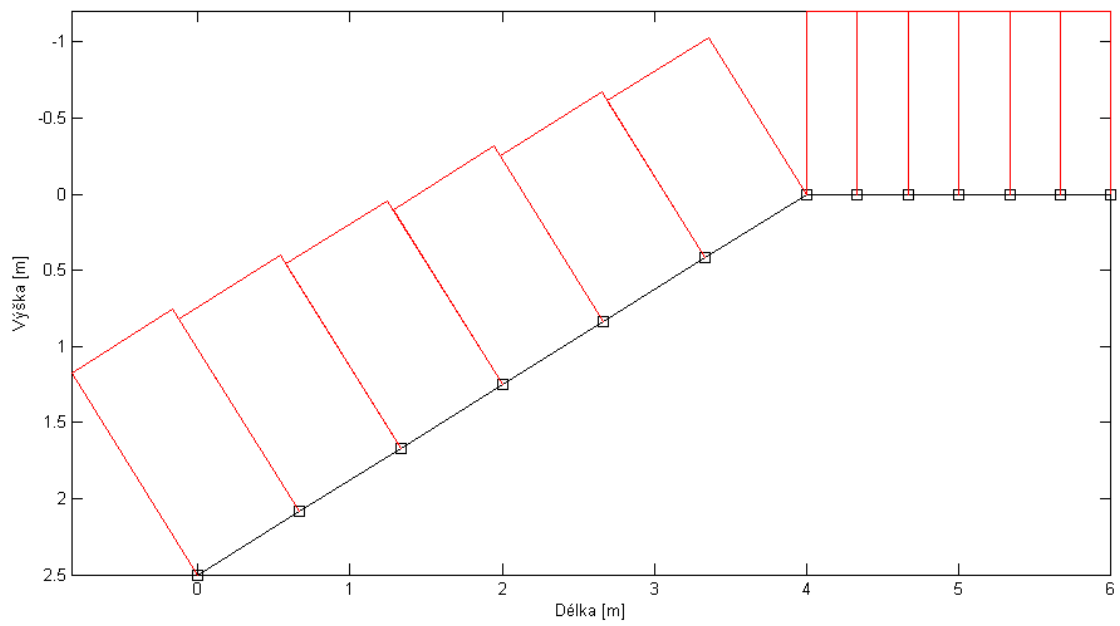
Na následujících obrázcích je pro informaci vykreslen deformovaný tvar konstrukce a průběhy vnitřních sil pro optimální kombinaci profilů IPE180 a IPE160.



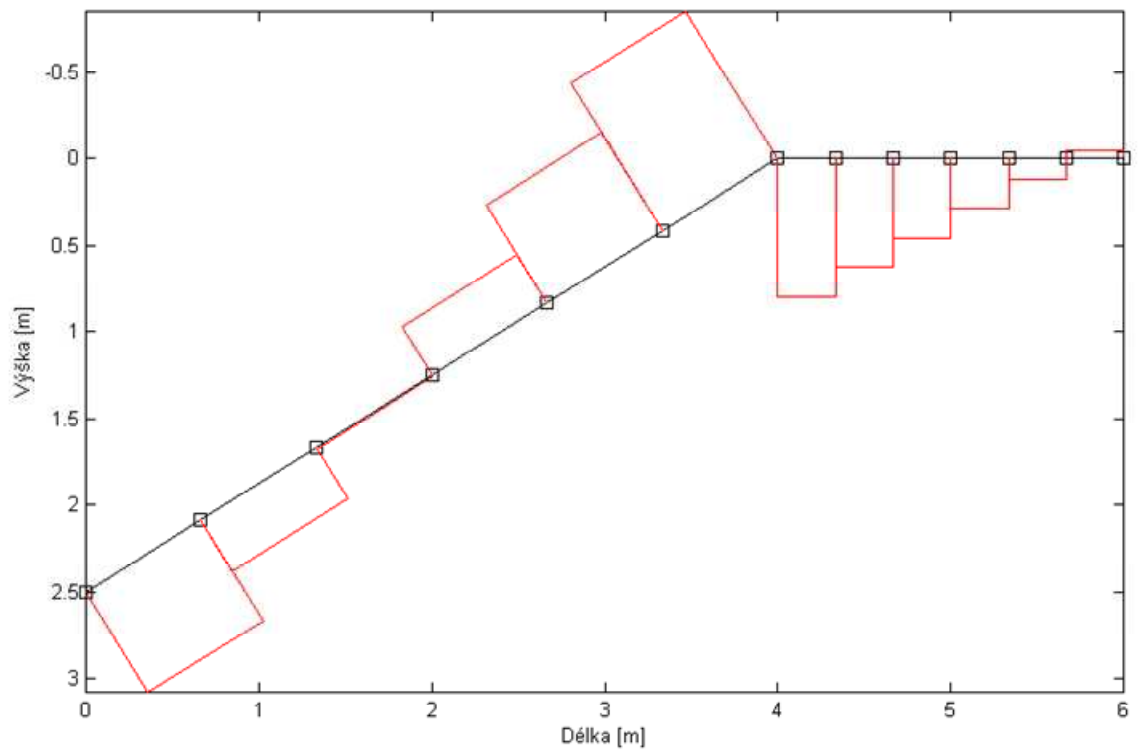
Obr. 2.16 – Deformovaný tvar konstrukce



Obr. 2.17 – Průběhy momentu M_y



Obr. 2.18 – Průběhy normálové síly N



Obr. 2.19 – Průběhy posouvací síly Q_z

3. JEDNOKRITERIÁLNÍ OPTIMALIZAČNÍ METODY

V problematice hledání optima se v dnešní době nachází široké spektrum možných optimalizačních metod, které jsou založené na odlišných principech, a proto se hodí jen pro určitý typ úlohy. Podrobnější popis vybraných optimalizačních technik je možné nalézt v uvedené literatuře, především pak v [10] a [11].

V této práci se budeme zabývat pouze metodou simulovaného žíhání a diferenciální evolucí, které patří mezi heuristické optimalizační metody.

Tyto metody se začaly vyvíjet až v souvislosti s rozmachem výpočetní techniky, protože jsou vhodné pro řešení složitějších optimalizačních úloh. Heuristické metody nezaručují nalezení globálního optima, s jejich pomocí lze ale v přiměřeném čase získat uspokojivé řešení daného problému. Využití nacházejí především při optimalizaci funkcí více proměnných.

V následujících kapitolách se blíže seznámíme s principy obou metod, uvedeme zjednodušený tvar typického algoritmu a upřesníme význam jednotlivých vstupních parametrů.

3.1. SIMULOVANÉ ŽÍHÁNÍ (SA)

Tuto metodu objevili počátkem 80. let Kirkpatrick, Gelatt, Vecchi a nezávisle na nich pak také Černý.

Metoda simulovaného žíhání je inspirovaná fyzikálními procesy žíhání, při kterých je cílem odstranit defekty krystalické mřížky. Žíhání se provádí zahřátím krystalu na vysokou teplotu, při které je velká pravděpodobnost, že se defekty mřížky odstraní. Následuje pomalé ochlazování, jehož cílem je minimalizovat vznik defektů nových. Žíhání je proces, při kterém se soustava dostává do stavu, kde má minimální energii. Pro více informací odkazují na literaturu [10] a [11].

3.1.1. PRINCIP METODY SIMULOVANÉHO ŽÍHÁNÍ

Princip metody je úzce spjat s analogií žíhání kovů. V optimalizační formulaci problému je energie systému reprezentována hodnotou objektivní funkce, kterou se snažíme minimalizovat. Krystal je pak reprezentován nějakým přípustným řešením této funkce. Analogií teploty krystalu je v metodě simulovaného žíhání parametr T .

Při startu simulovaného žíhání je generováno náhodné řešení, pro které je vyhodnocena objektivní funkce. Pro další náhodně generovaná řešení x' platí, že nahradí stávající

řešení s pravděpodobností dle Metropolisova kritéria, které je v našem případě uvedeno jako vztah (3.1) a v uvedené formě bylo převzato z literatury [8].

$$\text{Pravděpodobnost}(x \rightarrow x') = \min \left\{ 1, e^{-\frac{f(x')-f(x)}{kT}} \right\}. \quad (3.1)$$

Pravděpodobnost nahrazení stávajícího řešení novým je závislá na funkční hodnotě objektivní funkce pro jednotlivá řešení. Jestliže funkční hodnota původního řešení x je horší nebo stejná než funkční hodnota nově generovaného řešení x' , pravděpodobnost nahrazení je rovna jedné a nové řešení automaticky postupuje do dalšího procesu simulovaného žíhání.

$$\begin{aligned} f(x') &\leq f(x) \\ \text{Pravděpodobnost}(x \rightarrow x') &= 1. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Jestliže funkční hodnota původního řešení x je lepší než funkční hodnota nově generovaného řešení x' , pravděpodobnost nahrazení je menší než jedna a její hodnota se určí dle vztahu (3.3).

$$\begin{aligned} f(x') &> f(x) \\ \text{Pravděpodobnost}(x \rightarrow x') &= \left\{ e^{-\frac{f(x')-f(x)}{kT}} \right\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

3.1.2. ALGORITMUS PRO SIMULOVANÉ ŽÍHÁNÍ

Se znalostí výše uvedených skutečností je možné napsat algoritmus simulovaného žíhání v následující jednoduché formě. Neupravenou verzi tohoto algoritmu lze nalézt v uvedené literatuře [8].

```
(1) zadání parametrů
(2) x0:=náhodně vygenerované počáteční řešení;
(3) T:=Tmax; x:=x0; k:=1;
(4) while (T>Tmin and p>0) do
begin t:=0; p:=0;
  while(t<tmax and p<pmax) do
begin t:=t+1;
  x':=náhodně generované nové řešení;

  if f(x')≤f(x) then Pr:=1 else Pr:= e- $\frac{f(x')-f(x)}{kT}$ ;
  if random<Pr then
begin x:=x'; p:=p+1;
end;
end;
end;
(5) T:=decr*T;
end;
```

V kroku (1) výše uvedeného algoritmu je nejprve potřeba zadat následující vstupní parametry:

- M – prostor řešení
- x_0 – počáteční řešení, v našem případě je určeno náhodně
- f – objektivní funkce
- T_{min} – konečná, tzv. krystalizační teplota
- T_{max} – počáteční teplota
- p_{max}, t_{max} – max. hodnota počítadla pro určení počtu opakování Metropolisova algoritmu pro danou teplotu T
- α – funkce určující snižování teploty, v našem případě byla použita tzv. geometrická redukční funkce $\alpha = decr \cdot T$, kde $decr$ je redukční faktor, který se nejčastěji pohybuje v rozmezí hodnot 0,8 a 0,99. V této práci byla použita hodnota 0,9.

Pro volbu jednotlivých vstupních parametrů této metody optimalizace neexistuje nějaké obecné pravidlo. Volba parametrů se provádí experimentální cestou.

V dalším kroku (2) dochází ke generování počátečního řešení x_0 z M , v našem případě bylo voleno náhodné generování.

V kroku (3) probíhá definice proměnných, kde k představuje tzv. Boltzmannovu konstantu.

V dalším kroku (4) probíhá tzv. Metropolisův algoritmus, který byl popsán již v odstavci 3.1.1. Do proměnné t se ukládá aktuální počet opakování Metropolisova algoritmu, proměnná p se pak zvýší o jedna, jestliže proběhne nahrazení původního řešení novým.

Algoritmus končí po dosažení minimální teplotní hladiny ($T = T_{min}$), nebo pokud se na dané teplotní hladině neuskuteční žádný úspěšný pokus z celkového maximálního počtu pokusů t_{max} .

Proměnná *random* představuje náhodně vygenerované číslo z intervalu [0,1].

V proměnné x se zaznamenává nejlepší řešení v průběhu celého algoritmu, avšak po ukončení simulovaného žíhání nemusí obsahovat globální optimum řešené úlohy.

3.2. DIFERENCIÁLNÍ EVOLUCE (DE)

Vývoj diferenciální evoluce probíhal v 90. letech 20. století a jejími autory jsou K. Price a R. Storm. Objevují se u ní určité společné rysy s genetickými algoritmy, např. systém vytváření potomků, opakování v generacích a další.

Počátky diferenciální evoluce jsou úzce spjaty s tzv. „genetickým žháním“, jehož autorem je právě K. Price. Na základě spolupráce s R. Stormem jej začal upravovat z binární reprezentace do dekadické, operace logické pak nahradily operace vektorové. Díky těmto změnám vznikl algoritmus vhodný pro numerickou optimalizaci funkcí reálné proměnné.

První verze diferenciální evoluce vznikla po kombinaci diferenciální mutace a metody selekce z genetického žhání. Principy žhání, které pocházely z genetických algoritmů, se zdály být nadbytečné, proto byly později z diferenciální evoluce odstraněny.

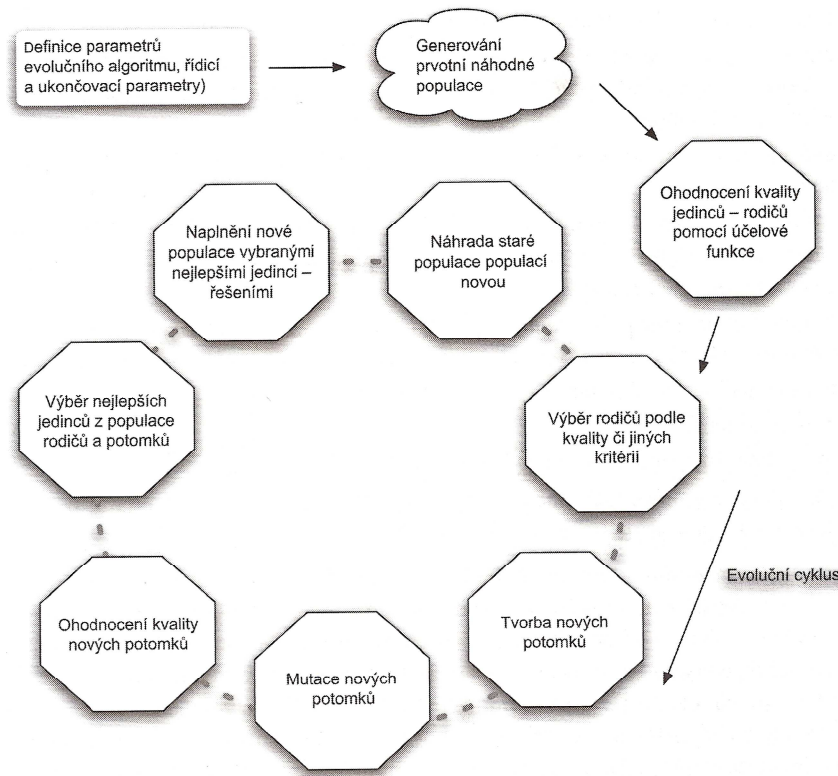
Nakonec došlo ještě k dalším úpravám algoritmu, který dosud nebylo možné použít pro širokou oblast optimalizačních úloh, a vznikla velmi úspěšná verze algoritmu diferenciální evoluce, jež byla publikována v r. 1996. Výše uvedená fakta o historii diferenciální evoluce byla čerpána z literatury [10], na kterou odkazujeme pro podrobnější informace.

3.2.1. DIFERENCIÁLNÍ EVOLUCE A JEJÍ PRINCIP

Diferenciální evoluce se řadí mezi poměrně nově vzniklé evoluční algoritmy, které využívají evoluční výpočetní techniky.

Evoluční výpočetní techniky (EVT) jsou numerické algoritmy, které se řídí základními principy Darwinovy a Mendelovy teorie evolučního vývoje.

Podle klasické Darwinovy a Mendelovy evoluční teorie se jednotlivé druhy vyvíjí tak, že rodiče plodí potomky, při jejich vzniku pak probíhají mutace. V daném aktuálním životním prostředí přežijí jen nejsilnější jedinci. Rodiče a potomci, kteří jsou nevhodní, se dalšího vývoje neúčastní a vymírají „cyklicky“ po tzv. generacích.



Obr. 3.1 – Schéma evolučního cyklu – převzato z [10, str. 27]

Na schématu na obrázku [3.1] je zachycen princip obecného evolučního cyklu, který je také součástí výpočtu pomocí diferenciální evuluce a postup je dle [10] následující.

Krok 1: Nejprve proběhne definice parametrů, které jsou buď důležité pro běh algoritmu, nebo se jedná o ukončovací podmínky. V tomto kroku je také nutné určit objektivní funkci, kterou rozumíme matematické vyjádření problému a která reprezentuje „životní prostředí“.

Krok 2: V dalším kroku vygenerujeme počáteční populaci jedinců, jedná se o matici o rozměru $D \times N$, kde D představuje počet parametrů jedince a N celkový počet jedinců v populaci. Každý jedinec je představován vektorem, který má stejný počet složek jako je optimalizovaných parametrů objektivní funkce.

Krok 3: Dále se všem jedincům v populaci přiřadí hodnota určená objektivní funkcí.

Krok 4: Podle hodnoty objektivní funkce pak probíhá výběr rodičů.

Krok 5: V dalším kroku probíhá tvorba nových potomků procesem křížení rodičů. U diferenciální evuluce se jedná o vektorovou operaci, kterou vysvětlíme v odstavci 3.2.2.

Krok 6: Po vytvoření potomků dojde k jejich mutaci, tzn. nový jedinec je určitým způsobem změněn.

Krok 7: V tomto kroku se postupuje stejně jako v (3), tzn. že je každému jedinci přiřazena hodnota objektivní funkce.

Krok 8 až 10: Poté se vyberou nejlepší jedinci a ti se stávají novou populací, která nahradí populaci původní.

Kroky 4 až 11 tvoří evoluční cyklus, jehož počet opakování je určen vstupním uživatelsky zadaným parametrem.

3.2.2. ALGORITMUS PRO DIFERENCIÁLNÍ EVOLUCI

Algoritmus pro diferenciální evoluci je možné zapsat v následující zjednodušené formě, která byla převzata z literatury [12, str. 43].

```
(1)  zadání parametrů
(2)  P:=náhodně vygenerovaná populace rodičů(NP bodů náhodně v D)
      repeat
      for I:=1 to NP do
(3)  generuj vektor v
(4)  vytvoř vektor y křížením v a xi
(5)  if f(y)<f(xi) then do Q zařad' y
      else do Q zařad' xi
      endfor
(6)  P:=Q
      until podmínka ukončení
```

Pro běh výše uvedeného algoritmu je nejprve nutné v kroku (1) definovat řídicí parametry pro diferenciální evoluci, kterými jsou:

- $CR \in [0,1]$, což je tzv. práh křížení

- D – dimenze optimalizační úlohy, jedná se o počet optimalizovaných parametrů objektivní funkce.

- $NP \in [10D,100D]$ - parametr udávající velikost populace, zadání této hodnoty se odvíjí spíše ze zkušenosti uživatele, avšak neměla by být menší než 4, což je minimální velikost populace, jež ještě zajišťuje funkčnost diferenciální evoluce.

- $F \in [0,2]$ - mutační konstanta

- $Generations > 0$ - jedná se o ukončovací podmínku, kterou je potřeba zadat ve vstupních parametrech, protože určuje maximální počet evolučních cyklů, tzv. generací.

V kroku (2) algoritmu dochází k tvorbě populace, což je matice o rozměru $D \times NP$. Pro generování počáteční populace je potřeba nadefinovat tzv. vzor (specimen), podle kterého celé generování probíhá.

Následuje generování tzv. „šumového vektoru“ v kroku (3), který se vypočte následovně. Pro každého jedince jsou náhodně vybráni další nestejní jedinci z populace a probíhá proces mutace. Metody výpočtu „šumového vektoru“ v jsou různé, pro ukázkou byly vybrány některé postupy uvedené v [10], viz. vztahy (3.4) až (3.8).

V kroku (4) probíhá křížení, pomocí kterého vytvoříme tzv. „zkušební vektor“ y . Pro každou dvojici z šumového vektoru v a cílového vektoru x_i generujeme náhodné číslo v rozsahu $[0,1]$, které se porovnává s konstantou CR. Pokud je toto číslo menší, pak se do zkušebního vektoru y dostává prvek z šumového vektoru a opačně.

V dalším kroku (5) se porovnává hodnota objektivní funkce pro cílový vektor x_i a zkušební vektor y .

V kroku (6) se pak vytváří nová populace, do které je vybrán vektor s lepší hodnotou objektivní funkce.

Takto vzniklá nová populace vstupuje opět do kroku (3) až (6), tzn. probíhá proces selekce, křížení a mutace, dokud není splněna ukončovací podmínka. Zpravidla se jedná o maximální počet generací.

Existují různé varianty diferenciální evoluce podle způsobu výpočtu šumového vektoru. Uvedeme zde pouze některé možné výpočty, které byly převzaty z [10, str. 242-243]. V naší verzi algoritmu byla použita Varianta 3.

Varianta 1: DE/best/1/exp

$$v = x_{best,j}^G + F \cdot (x_{r2,j}^G - x_{r3,j}^G) \quad (3.4)$$

Varianta 2: DE/rand/1/exp

$$v = x_{r1,j}^G + F \cdot (x_{r2,j}^G - x_{r3,j}^G) \quad (3.5)$$

Varianta 3: DE/rand-to-best/1/exp

$$v = x_{i,j}^G + \lambda \cdot (x_{best,j}^G - x_{i,j}^G) + F \cdot (x_{r2,j}^G - x_{r3,j}^G) \quad (3.6)$$

Varianta 4: DE/best/2/exp

$$v = x_{best,j}^G + F \cdot (x_{r1,j}^G + x_{r2,j}^G - x_{r3,j}^G - x_{r4,j}^G) \quad (3.7)$$

Varianta 5: DE/rand/2/exp

$$v = x_{r5,j}^G + F \cdot (x_{r1,j}^G + x_{r2,j}^G - x_{r3,j}^G - x_{r4,j}^G) \quad (3.8)$$

kde $x_{best,j}^G$ - představuje nejlepšího jedince z populace
 $x_{r,j}^G$ - náhodně vybraní nestejní jedinci z populace
 λ, F - mutační konstanty

4. VÍCEKRITERIÁLNÍ FORMULACE OPTIMALIZAČNÍHO PROBLÉMU

Doposud jsme se v této práci zabývali optimalizačními metodami, které se používají pro nalezení optima problému s ohledem na jediné kritérium, kterým byla v našem případě vlastní tíha konstrukce. Současně se zde vyskytovala jistá omezení, které jsme do objektivní funkce zahrnuli prostřednictvím penalizace.

U praktických úloh se velmi často setkáváme s tím, že při hledání optimálního řešení je potřeba uvážit větší počet kritérií, protože zahrnutím více hledisek hodnocení do výpočtu získáme komplexnější řešení. Potom se jedná o tzv. vícekriteriální optimalizaci, která je někdy označována jako kompromisní programování, protože se snažíme najít nejpříjemnější kompromisní řešení.

4.1. POSTUP PŘI OPTIMALIZACI

Jestliže chceme při hledání optima uvážit více kritérií, je velice důležitá jejich volba a výběru je tedy potřeba věnovat větší pozornost, aby bylo možné získané výsledky správně interpretovat.

Počet kritérií by neměl být příliš velký, protože pak je formulace výsledků obtížná. Dobré je také určit hierarchii uvažovaných objektivních funkcí.

Vícekriteriální optimalizace (Multi-Objective Optimization Problem, MOOP), která je založena na optimalizaci dvou a více objektivních funkcí, u nichž hledáme minimum, popřípadě maximum, je definována obecně vztahem (4.1).

$$\min \{ \mathbf{f}(\mathbf{x}) \mid \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}, \mathbf{x} \in X \} \quad (4.1)$$

kde $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x}))^T$ je vektor kriteriálních funkcí

$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = (g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}), \dots, g_p(\mathbf{x}))^T$ je vektor omezujících podmínek

\mathbf{x} je vektor řešení

4.1.1. METODY VÍCEKRITÉRIÁLNÍ OPTIMALIZACE

Pro vícekritériální optimalizační úlohy zatím neexistuje univerzální výpočetní metoda, známe však celou řadu různých metod a postupů, které umožňují najít nejlepší kompromisní řešení dané úlohy.

Jejich základem je jednorázové nebo opakované použití jednokritériálních metod optimalizace a dle [15] lze rozdělit do dvou hlavních skupin na metody založené na apriorních informacích o preferencích rozhodovatele a metody interaktivní.

Mezi metody založené na apriorních informacích lze zařadit agregaci kritérií, lexikografickou optimalizaci a metodu minimalizace vzdálenosti od ideálního vektoru.

Principem metody agregace kritérií je volba vhodné agregační funkce, pomocí které získáme skalární kritérium. Nejpoužívanější agregační funkcí je vážený součet kritérií, viz vztah (4.2).

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^k v_i f_i(\mathbf{x}) \quad (4.2)$$

kde v_i - váhy jednotlivých objektivních funkcí, $v_i > 0$; velmi často se uvažují váhy dle (4.3)

$$\sum_{i=1}^k v_i = 1 \quad (4.3)$$

U lexikografické optimalizace se postupuje tak, že nejprve uspořádáme kritéria sestupně podle důležitosti a poté úlohu řešíme postupně metodami jednokritériální optimalizace, přičemž použijeme kritéria vždy dle zvoleného pořadí. Nejprve tedy řešíme problém optimalizace při použití prvního kritéria a na množinu optimálních řešení pak aplikujeme kritérium druhé. Tímto způsobem se postupuje tak dlouho, dokud nezískáme jedno optimum, nebo nevyčerpáme všechna kritéria.

U metody minimalizace vzdálenosti od ideálního vektoru je dán vektor ideálních hodnot jednotlivých kritérií, které lze určit např. také optimalizací jednotlivých objektivních funkcí na množině přípustných řešení. Dále hledáme takové řešení (neboli vektor hodnot), jež má minimální vzdálenost od ideálního vektoru \mathbf{h} . Řešíme tedy optimalizační problém popsany vztahy (4.4) a (4.5).

$$\min \{d(\mathbf{h}, \mathbf{f}(\mathbf{x})) \mid \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}, \mathbf{x} \in X\} \quad (4.4)$$

$$d(\mathbf{h}, \mathbf{f}(\mathbf{x})) = \sum_{i=1}^k v_i |h_i - f_i(\mathbf{x})| \quad (4.5)$$

kde v_i - váhy jednotlivých objektivních funkcí, $v_i > 0$

4.1.2. PRINCIP PARETO DOMINANCE

Pro zohlednění omezujících podmínek se ve vícekriteriální optimalizaci používá tzv. princip dominance. Řešení, které splňuje všechny omezující podmínky se nazývá přípustné řešení, v opačném případě se jedná o řešení nepřípustné.

Porovnávání dvou řešení bylo v našem případě provedeno dle uvedené literatury [15] a [16]. Jestliže tedy uvažujeme dvě různá přípustná řešení \mathbf{x}_1 a \mathbf{x}_2 , pak \mathbf{x}_1 dominuje \mathbf{x}_2 , platí-li vztahy (4.6) a (4.7).

$$\forall i \in \{1, \dots, k\}: f_i(\mathbf{x}_1) \leq f_i(\mathbf{x}_2) \quad (4.6)$$

$$\exists r \in \{1, \dots, k\}: f_r(\mathbf{x}_1) < f_r(\mathbf{x}_2) \quad (4.7)$$

Aby tyto podmínky platily, musí být tedy řešení \mathbf{x}_1 lepší alespoň podle jednoho kritéria a současně nesmí být podle žádného kritéria horší.

Jestliže budeme porovnávat jedno přípustné řešení \mathbf{x}_1 a nepřípustné řešení \mathbf{x}_2 , pak dominuje vždy řešení \mathbf{x}_1 .

Pokud budeme mít dvě nepřípustná řešení \mathbf{x}_1 a \mathbf{x}_2 , pak \mathbf{x}_1 dominuje \mathbf{x}_2 , jestliže platí podmínka (4.8).

$$\begin{aligned} &\forall g_j(\mathbf{x}_n) > 0: \\ &\sum_{j=1}^p g_j(\mathbf{x}_1) < \sum_{j=1}^t g_j(\mathbf{x}_2) \end{aligned} \quad (4.8)$$

kde p, t jsou počty porušených omezení pro dané řešení

V naší úloze jsme využili principu Pareto dominance při hledání optima jednokritériální objektivní funkce, kterou byla hmotnost ocelové rámové konstrukce.

Optimalizační algoritmy uvedené v kapitole 3 a způsob ohodnocování objektivní funkce byly pro tento účel upraveny tak, aby bylo možné mezi sebou porovnat dvě řešení \mathbf{x}_1 a \mathbf{x}_2 dle níže popsaných pravidel dominance. Dominované řešení je pak vždy uloženo a v následujícím cyklu znovu ohodnoceno při dalším porovnávání.

Uvažujeme-li dvě přípustná řešení splňující omezující podmínky, pak \mathbf{x}_1 dominuje \mathbf{x}_2 , jestliže platí vztah (4.9), kde porovnávané pouze hodnoty objektivních funkcí.

$$f(\mathbf{x}_1) \leq f(\mathbf{x}_2) \quad (4.9)$$

Uvažujeme-li jedno přípustné řešení \mathbf{x}_1 a jedno nepřípustné \mathbf{x}_2 , využijeme opět vztahu (4.9), pro nepřípustné řešení však nastavíme nekonečně velkou hodnotu objektivní funkce, tzn. \mathbf{x}_1 vždy dominuje \mathbf{x}_2 .

Jestliže porovnávané dvě nepřípustná řešení, pak \mathbf{x}_1 dominuje \mathbf{x}_2 , platí-li vztah (4.10).

$$\begin{aligned} \forall g_j(\mathbf{x}_n) > 0: \\ \sum_{j=1}^p g_j(\mathbf{x}_1) < \sum_{j=1}^t g_j(\mathbf{x}_2) \end{aligned} \quad (4.10)$$

kde $g_j(\mathbf{x}_n)$ jsou hodnoty jednotlivých omezení z odstavce 2.3.1, přičemž uvažujeme pouze hodnoty pro porušené podmínky p, t jsou počty porušených omezení

5. POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ PŘI OPTIMALIZACI RÁMOVÉ KONSTRUKCE

5.1. VÝSLEDKY NA TESTOVACÍM PŘÍKLADU

V této podkapitole provedeme porovnání výsledků při optimalizaci hmotnosti testovací konstrukce z obrázku [2.13] algoritmy simulovaného žíhání (SA) a diferenciální evoluce (DE). V tabulkách 5.4 a 5.5 jsou uvedeny výsledky pro optimalizaci s použitím různých penalizačních funkcí. V tabulce 5.6 je možné porovnat výsledky diferenciální evoluce a simulovaného žíhání pro formulaci omezujících podmínek dle vícekritériální optimalizace.

Z důvodu časové náročnosti bylo provedeno pro každou metodu 10 spuštění. Při výpočtech byly uvažovány dvě penalizační funkce ve tvaru uvedeném v odstavci 2.3.2, jejichž parametry jsou v tabulce 5.3.

Z tabulek 5.4 a 5.5 je patrné, že při použití různých penalizačních funkcí dostáváme pro oba algoritmy odlišné výsledky. To je způsobené tím, že penalizační funkce č.2 je pro naši testovací konstrukci navržena nevhodně. Penalizace je příliš mírná, což je příčinou toho, že při optimalizaci byla nalezena řešení, která nespĺňují omezující podmínky.

Vstupní parametry pro DE a SA jsme v případě simulovaného žíhání získali experimentálně, u diferenciální evoluce jsme se drželi doporučených hodnot, které jsou uvedeny v literatuře [10]. Nastavení jednotlivých vstupních parametrů pro testovací příklad je uvedeno v tabulkách 5.1 a 5.2, komentář s vysvětlením pro jednotlivé údaje je v příloze č.4.

název parametru	Inittemp	Stoptemp	CoolSched	MaxConsRej	MaxTries	MaxSucces
hodnota	2,2	1,00E-08	0,9 T	120	70	25

Tab. 5.1 – Vstupní parametry pro simulované žíhání

název parametru	I_D	I_NP	F_weight	F_CR	I_itermax
hodnota	2	20	0,8	0,8	10

Tab. 5.2 – Vstupní parametry pro DE

č. penalizační funkce	parametr K	parametr β
1	20	2
2	2	2

Tab. 5.3 – Parametry penalizační funkce

č. měření	simulované žíhání				diferenciální evoluce		
	profil P1/P2	hmotnost [kg]	počet vyhodnocení obj. funkce	konečná teplota	profil P1/P2	hmotnost [kg]	počet vyhodnocení obj. funkce
1	180/160	120,05	420	1,299	180/160	120,05	200
2	180/160	120,05	280	1,604	180/160	120,05	200
3	180/160	120,05	210	1,782	180/160	120,05	200
4	180/180	126,02	280	1,604	180/160	120,05	200
5	180/160	120,05	140	1,980	180/160	120,05	200
6	200/140	131,28	280	1,604	180/160	120,05	200
7	180/160	120,05	350	1,443	180/160	120,05	200
8	180/160	120,05	630	0,947	180/160	120,05	200
9	180/160	120,05	420	1,299	180/160	120,05	200
10	180/180	126,02	140	1,980	180/160	120,05	200
min	180/160	120,05	140	0,947	180/160	120,05	200
max	200/140	131,28	630	1,980	180/160	120,05	200
průměr		122,37	315	1,554		120,05	200

Tab. 5.4 – Porovnání výsledků, penalizační funkce č.1

č. měření	simulované žíhání				diferenciální evoluce		
	profil P1/P2	hmotnost [kg]	počet vyhodnocení obj. funkce	konečná teplota	profil P1/P2	hmotnost [kg]	počet vyhodnocení obj. funkce
1	140/120	101,61	280	1,604	140/140	100,98	200
2	160/120	104,78	210	1,782	140/140	100,98	200
3	140/140	100,98	630	0,947	140/140	100,98	200
4	140/120	101,61	490	1,169	140/120	101,61	200
5	140/120	101,61	350	1,443	140/140	100,98	200
6	140/140	100,98	490	1,169	140/140	100,98	200
7	140/140	100,98	490	1,169	140/140	100,98	200
8	140/140	100,98	280	1,604	140/140	100,98	200
9	140/120	101,61	210	1,782	140/140	100,98	200
10	140/140	100,98	280	1,604	140/140	100,98	200
min	140/140	100,98	210	0,947	140/140	100,98	200
max	160/120	104,78	630	1,782	140/120	101,61	200
průměr		101,61	371	1,427		101,04	200

Tab. 5.5 – Porovnání výsledků, penalizační funkce č.2

Z porovnání výsledků simulovaného žhání a diferenciální evoluce je rovněž patrné, že algoritmus simulovaného žhání je při výpočtu optimální kombinace profilů značně neefektivní. Pro výpočet optimální hmotnosti konstrukce postačuje u DE 200 vyhodnocení objektivní funkce, u SA je to dle tabulky 5.4 v průměru 315 vyhodnocení.

Při optimalizačních výpočtech se správně zvolenou penalizační funkcí se oběma metodami dostáváme ke globálnímu optimu naší objektivní funkce, kterým je kombinace profilů IPE180/ IPE160, viz. tabulka 5.4. Tyto hodnoty byly pro náš testovací příklad spočteny již v kapitole 2.4, kdy bylo pro výpočet použito 256 vyhodnocení objektivní funkce.

Při návrhu rámu s využitím formulace omezujících podmínek dle vícekriteriální optimalizace, jejíž princip byl vysvětlen v odstavci 4.1.2, jsme výpočet prováděli opět metodou SA a DE. Vícekriteriální formulace problému je založena na porovnání dvou jedinců a principu dominance, proto zde není potřeba zavádět penalizaci. Výsledky pro oba optimalizační algoritmy s výše popsáním zavedením omezujících podmínek jsou uvedeny v tabulce (5.6). Opět dostáváme optimální návrh s kombinací profilů IPE180/160.

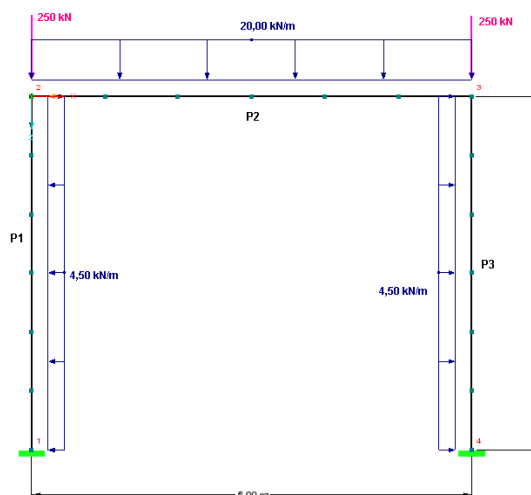
č.spuštění	simulované žhání				diferenciální evoluce		
	profil P1/P2	hmotnost [kg]	počet vyhodnocení	konečná teplota	profil P1/P2	hmotnost [kg]	počet vyhodnocení
1	180/180	126,02	140	1,980	180/160	120,05	200
2	180/160	120,05	280	1,604	180/160	120,05	200
3	180/180	126,02	140	1,980	180/160	120,05	200
4	180/160	120,05	280	1,604	180/160	120,05	200
5	180/180	126,02	280	1,604	180/160	120,05	200
6	180/180	126,02	350	1,443	180/160	120,05	200
7	180/160	120,05	420	1,299	180/160	120,05	200
8	180/160	120,05	210	1,782	180/160	120,05	200
9	180/180	126,02	280	1,604	180/160	120,05	200
10	180/180	126,02	140	1,980	180/160	120,05	200
min	180/160	120,05	140	1,299	180/160	120,05	200
max	180/180	126,02	420	1,980	180/160	120,05	200
průměr		123,63	252	1,688		120,05	200

Tab. 5.6 – Porovnání výsledků, vícekriteriální formulace

5.2. NÁVRH RÁMU O JEDNOM POLI

Při optimalizaci ocelové rámové konstrukce o jednom poli jsme uvažovali rozměry a zatížení dle obrázku [5.1]. Jedná se tedy o rám na 5m šířky a na 4m výšky. Zatížení příčle je uvažováno spojitě rovnoměrné ve svislém směru o hodnotě 20 kN/m. Stojky jsou zatíženy osovou silou 250kN a vodorovným spojitým zatížením 4,5 kN/m. Z hlediska podepření se jedná o rám vetknutý.

Označení prutů, které budeme nadále používat ve výsledkových tabulkách bylo převzato rovněž z obr. [5.1]. Zadání geometrie a zatížení konstrukce v programu odpovídá vstupním údajům v příloze č. 2.



Obr. 5.1 – Zadání rámu o jednom poli

Pro rám o jednom poli bylo provedeno 30 spuštění algoritmu simulovaného žihání a diferenciální evoluce, dále byly uvažovány dva způsoby zavedení omezujících podmínek, pomocí tzv. penalizace (viz tab. 5.9) a postup založený na formulaci problému dle vícekritériální optimalizace (tabulka 5.10).

Byla uvažována penalizační funkce s parametry $K=100$, $\beta=2$. Nastavení vstupních údajů pro optimalizační algoritmy je uvedené v následujících tabulkách 5.7 a 5.8 s komentářem pro jednotlivé parametry v příloze č.4.

název parametru	Inittemp	Stoptemp	CoolSched	MaxConsRej	MaxTries	MaxSucces
hodnota	2,2	1,00E-08	0,9 T	800	130	35

Tab. 5.7 – Vstupní parametry pro simulované žihání

název parametru	I_D	I_NP	F_weight	F_CR	I_itermax
hodnota	3	30	0,8	0,8	25

Tab. 5.8 – Vstupní parametry pro DE

č. spuštění	simulované žíhání				diferenciální evoluce		
	profil P1/P2/P3	hmotnost [kg]	počet vyhodnocení	konečná teplota	profil P1/P2/P3	hmotnost [kg]	počet vyhodnocení
1	200/220/200	310,07	1690	0,621	180/220/180	281,18	750
2	220/200/220	321,61	910	1,169	180/220/180	281,18	750
3	160/270/160	306,38	1690	0,621	180/220/180	281,18	750
4	180/220/180	281,18	1690	0,621	180/220/180	281,18	750
5	180/220/200	295,63	3250	0,175	180/220/180	281,18	750
6	200/220/200	295,63	1430	0,767	180/220/180	281,18	750
7	220/220/200	325,46	910	1,169	180/220/180	281,18	750
8	180/220/180	281,18	1950	0,503	180/220/180	281,18	750
9	180/240/180	303,56	1430	0,767	180/220/180	281,18	750
10	200/220/180	295,63	1820	0,559	180/220/180	281,18	750
11	180/220/200	295,63	4550	0,061	180/220/180	281,18	750
12	180/240/180	303,56	2080	0,453	180/220/180	281,18	750
13	180/220/180	281,18	1300	0,852	180/220/180	281,18	750
14	180/220/200	295,63	2600	0,297	180/220/180	281,18	750
15	180/220/220	311,02	1170	0,947	180/220/180	281,18	750
16	180/220/200	295,63	2470	0,330	180/220/180	281,18	750
17	200/200/220	306,22	1820	0,559	180/220/180	281,18	750
18	200/220/180	295,63	2080	0,453	180/220/180	281,18	750
19	160/270/160	306,38	1690	0,621	180/220/180	281,18	750
20	180/220/200	295,63	910	1,169	180/220/180	281,18	750
21	200/220/180	295,63	1820	0,559	180/220/180	281,18	750
22	200/220/180	295,63	1040	1,052	180/220/180	281,18	750
23	200/220/200	310,07	1690	0,621	180/220/180	281,18	750
24	160/270/160	306,38	1690	0,621	180/220/180	281,18	750
25	200/220/180	295,63	2210	0,408	180/220/180	281,18	750
26	240/200/200	324,12	910	1,169	180/220/180	281,18	750
27	180/220/200	295,63	1560	0,690	180/220/180	281,18	750
28	200/220/180	295,63	1820	0,559	180/220/180	281,18	750
29	180/240/180	303,56	1040	1,052	180/220/180	281,18	750
30	180/220/180	281,18	2600	0,297	180/220/180	281,18	750
min	180/220/180	281,18	910	0,061	180/220/180	281,18	750
max	220/220/200	325,46	4550	1,169	180/220/180	281,18	750
průměr		300,21	1794	0,658		281,18	750

Tab. 5.9 – Porovnání výsledků, penalizace

č.spuštění	simulované žihání				diferenciální evoluce		
	profil P1/P2/P3	hmotnost [kg]	počet vyhodnocení	konečná teplota	profil P1/P2/P3	hmotnost [kg]	počet vyhodnocení
1	180/240/180	303,56	910	1,169	180/220/180	281,18	750
2	200/240/200	332,45	910	1,169	180/220/180	281,18	750
3	180/220/180	281,18	1300	0,852	180/220/180	281,18	750
4	200/200/240	324,12	910	1,169	180/220/180	281,18	750
5	240/200/200	324,12	2080	0,453	180/220/180	281,18	750
6	180/220/200	295,63	2600	0,297	180/220/180	281,18	750
7	180/220/220	311,02	1040	1,052	180/220/180	281,18	750
8	200/240/180	318,00	1820	0,559	180/220/180	281,18	750
9	180/220/180	281,18	2600	0,297	180/220/180	281,18	750
10	220/220/180	311,02	1430	0,767	180/220/180	281,18	750
11	180/220/200	295,63	1170	0,947	180/220/180	281,18	750
12	220/200/200	306,22	1560	0,690	180/220/180	281,18	750
13	180/240/180	303,56	910	1,169	180/220/180	281,18	750
14	200/220/180	295,63	1820	0,559	180/220/180	281,18	750
15	220/200/200	306,22	1170	1,052	180/220/180	281,18	750
16	180/220/180	281,18	1950	0,503	180/220/180	281,18	750
17	180/220/180	281,18	1560	0,690	180/220/180	281,18	750
18	200/200/240	324,12	1690	0,621	180/220/180	281,18	750
19	180/220/180	281,18	1820	0,559	180/220/180	281,18	750
20	180/220/180	281,18	1690	0,621	180/220/180	281,18	750
21	180/220/200	295,63	1690	0,621	180/220/180	281,18	750
22	160/270/160	306,38	1430	0,767	180/220/180	281,18	750
23	220/200/220	321,61	910	1,169	180/220/180	281,18	750
24	180/220/180	281,18	1040	1,052	180/220/180	281,18	750
25	200/220/200	310,07	910	1,169	180/220/180	281,18	750
26	220/220/200	325,46	1430	0,767	180/220/180	281,18	750
27	180/240/180	303,56	1820	0,559	180/220/180	281,18	750
28	180/220/200	295,63	3380	0,158	180/220/180	281,18	750
29	180/220/220	311,02	1040	1,052	180/220/180	281,18	750
30	200/240/180	318,00	1820	0,559	180/220/180	281,18	750
min	180/220/180	281,18	910	0,158	180/200/180	281,18	750
max	200/240/200	332,45	3380	1,169	180/200/180	281,18	750
průměr		303,56	1547	0,769		281,18	750

Tab. 5.10 – Porovnání výsledků, vícekriteriální formulace

Z výše uvedených výsledků pro optimální návrh rámu o jednom poli je patrné, že při použití obou postupů zohlednění omezujících podmínek dostáváme návrh konstrukce s profilem IPE 220 pro příčel a IPE 180 pro stojky, spočtená optimální hmotnost je 281,18 kg, pro vícekritriální formulaci ale dostáváme při stejných vstupních hodnotách u

algoritmu SA v průměru o 1% horší průměrné výsledky vypočtených optimálních hmotností než v případě použití penalizační funkce.

Při výpočtu maximálního využití průřezu u navržené konstrukce jsme pro jednotlivé posudky uvažovali návrhové vnitřní síly z tabulky 5.11. V následující tabulce 5.12 je pak uvedeno využití prutů v nejvíce namáhaných průřezích v rozmezí [0,1] odpovídající optimálnímu návrhu rámu. U posouzení na ohyb a smyk byly uvažovány také kombinace uvedené v kapitole 2.

Prut č.1 – IPE 180			
	N [kN]	Q [kN]	M [kNm]
N_{max}	301,28	17,29	18,88
Q_{max}	301,28	17,29	18,88
M_{max}	300,66	2,29	20,27
Prut č.2 – IPE 220			
	N [kN]	Q [kN]	M [kNm]
N_{max}	0,79	42,27	44,21
Q_{max}	0,79	42,27	19,27
M_{max}	0,79	8,38	44,21
Prut č.3 – IPE 180			
	N [kN]	Q [kN]	M [kNm]
N_{max}	301,28	17,29	18,88
Q_{max}	301,28	17,29	18,88
M_{max}	300,66	2,29	20,27

Tab. 5.11 – Návrhové vnitřní síly pro optimum, absolutní hodnoty

Prut č.1				
Tlak	Vzpěr	Smyk	Ohyb	Průhyb
0,536	0,563	0,114	0,899	0,401
Prut č.2				
Tlak	Vzpěr	Smyk	Ohyb	Průhyb
0,001	0,001	0,196	0,658	0,992
Prut č.3				
Tlak	Vzpěr	Smyk	Ohyb	Průhyb
0,536	0,563	0,114	0,899	0,401

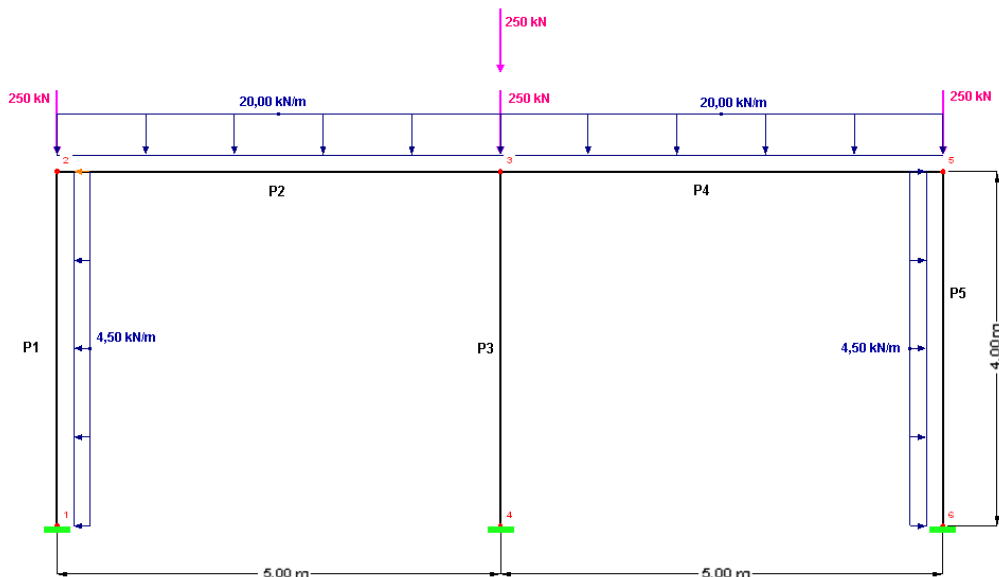
Tab. 5.12 – Využití prutů v nejvíce namáhaných průřezích

V příloze č.5 jsou pro informaci uvedeny také průběhy vnitřních sil na konstrukci, které byly vypočteny na rámu s optimální kombinací profilů IPE180/220/180.

5.3. NÁVRH RÁMU O DVOU POLÍCH

Při optimalizaci ocelové rámové konstrukce o dvou polích jsme uvažovali rozměry a zatížení dle obrázku [5.2]. Jedno pole je na 5m šířky a na 4m výšky. Zatížení příčle je opět uvažováno spojitě rovnoměrné ve svislém směru o hodnotě 20 kN/m. Vnější stojky jsou zatíženy osovou silou 250kN a vodorovným spojitým zatížením 4,5 kN/m. Vnitřní stojka je zatížena pouze osovou silou 500kN. Uvažujeme rám vetknutý.

Označení prutů, které budeme používat v následujících výsledkových tabulkách bylo převzato z obr. [5.2]. Zadání geometrie a zatížení konstrukce v programu odpovídá vstupním údajům v příloze č. 3.



Obr. 5.2 – Zadání rámu o dvou polích

Pro rám o dvou polích bylo provedeno 30 spuštění algoritmu diferenciální evoluce. Byla uvažována penalizační funkce s parametry $K=200$ a $\beta=2$, rovněž jsme se zabývali výsledky v případě zahrnutí omezujících podmínek dle metod vícekriteriální optimalizace.

Z vypočtených hodnot v tabulce 5.15 je patrné, že z výpočtu algoritmem diferenciální evoluce dostáváme optimální návrh konstrukce rámu o hmotnosti 514,69 kg s profily prutů IPE160/220/200/220/160. Pro algoritmus DE byly použity vstupní parametry dle tabulky 5.14. Při porovnání výsledků pro oba zapracované postupy zohlednění omezujících podmínek opět dostáváme pro vícekriteriální formulaci horší průměrné výsledky vypočtené optimální hmotnosti na 30 spuštěních, cca o 1,6 %.

Pro simulované žíhání jsme nastavili vstupní parametry z tabulky 5.13, z časových důvodů bylo provedeno pouze 15 spuštění výpočtu. S uvedenými parametry, pro které dostáváme v průměru 2280 vyhodnocení objektivní funkce při použití penalizační funkce a 1987 vyhodnocení se zapracováním podmínek dle vícekriteriální optimalizace, byl jako optimální návrh vypočten rám s kombinací profilů IPE180/220/220/200/240 o hmotnosti 577,04 kg. Algoritmem diferenciální evoluce jsme však už při 1500 spuštěních získali mnohem lepší řešení s hmotností konstrukce 514,69kg. Pro rám o dvou polích je tedy výpočet DE již výrazně efektivnější než SA.

název parametru	Inittemp	Stoptemp	CoolSched	MaxConsRej	MaxTries	MaxSucces
hodnota	2,2	1,00E-08	0,9 T	1200	200	35

Tab. 5.13 – Vstupní parametry pro simulované žíhání

název parametru	I_D	I_NP	F_weight	F_CR	I_itermax
hodnota	5	50	0,8	0,8	30

Tab. 5.14 – Vstupní parametry pro DE

diferenciální evoluce						
č. spuštění	penalizace			vícekriteriální formulace		
	profil P1/P2/P3/P4/P5	hmotnost [kg]	počet vyhodn.	profil P1/P2/P3/P4/P5	hmotnost [kg]	počet vyhodn.
1	160/220/200/220/160	514,69	1500	160/240/200/220/160	537,07	1500
2	160/220/200/220/160	514,69	1500	200/200/200/200/220	538,96	1500
3	200/200/200/200/200	523,57	1500	200/200/200/200/200	523,57	1500
4	160/220/200/220/160	514,69	1500	160/220/220/220/160	530,08	1500
5	200/200/200/200/200	523,57	1500	200/200/200/200/200	523,57	1500
6	160/220/200/220/160	514,69	1500	180/200/200/200/220	524,52	1500
7	160/220/200/220/160	514,69	1500	160/240/200/220/160	537,07	1500
8	160/220/200/220/160	514,69	1500	200/200/200/200/220	538,96	1500
9	200/200/200/200/200	523,57	1500	200/200/200/200/200	523,57	1500
10	160/220/200/220/160	514,69	1500	160/220/220/220/160	530,08	1500
11	200/200/200/200/200	523,57	1500	200/200/200/200/200	523,57	1500
12	160/220/200/220/160	514,69	1500	200/200/200/200/200	523,57	1500
13	160/220/200/220/160	514,69	1500	180/220/200/220/180	538,54	1500
14	160/220/200/220/160	514,69	1500	180/200/200/200/220	524,52	1500
15	160/220/200/220/160	514,69	1500	180/200/200/200/220	524,52	1500
16	160/220/200/220/160	514,69	1500	160/240/200/220/160	537,07	1500
17	160/220/200/220/160	514,69	1500	220/200/200/200/180	524,52	1500
18	200/200/200/200/200	523,57	1500	200/200/200/200/200	523,57	1500
19	160/220/200/220/160	514,69	1500	160/220/220/220/160	530,08	1500
20	200/200/200/200/200	523,57	1500	200/200/200/200/200	523,57	1500
21	160/220/200/220/160	514,69	1500	200/200/200/200/200	523,57	1500
22	200/200/200/200/200	523,57	1500	180/220/200/220/180	538,54	1500
23	200/200/200/200/200	523,57	1500	160/220/200/220/160	514,69	1500
24	200/200/200/200/200	523,57	1500	200/200/200/200/200	523,57	1500

25	200/200/200/200/200	523,57	1500	160/220/200/220/160	514,69	1500
26	160/220/200/220/160	514,69	1500	200/200/200/200/200	523,57	1500
27	200/200/200/200/200	523,57	1500	180/200/200/200/220	524,52	1500
28	160/220/200/220/160	514,69	1500	200/200/200/200/200	523,57	1500
29	200/200/200/200/200	523,57	1500	160/220/200/220/160	514,69	1500
30	200/200/200/200/200	523,57	1500	200/200/200/200/200	523,57	1500
min	160/220/200/220/160	514,69	1500	160/220/200/220/160	514,69	1500
max	200/200/200/200/200	523,57	1500	200/200/200/200/220	538,96	1500
průměr		518,54	1500		526,87	1500

Tab. 5.15 – Výsledky optimalizace, diferenciální evoluce

simulované žihání								
č.spuštění	penalizace				vícekriteriální formulace			
	profil P1/P2/P3/P4/P5	hmotnost [kg]	počet vyhod.	konečná teplota	profil P1/P2/P3/P4/P5	hmotnost [kg]	počet vyhod.	konečná teplota
1	200/220/240/240/180	614,94	2800	0,559	160/220/240/270/220	652,58	2200	0,767
2	160/270/240/240/180	637,63	3400	0,408	220/220/220/220/200	598,22	3000	0,503
3	200/220/240/240/180	614,94	2600	0,621	200/200/220/220/240	596,88	1400	1,169
4	200/220/240/240/180	614,94	2600	0,621	200/200/220/220/240	596,88	1400	1,169
5	200/220/240/240/180	614,94	2600	0,621	200/200/220/220/240	596,88	1400	1,169
6	160/240/270/220/220	633,47	1600	1,052	160/270/240/240/180	637,63	2600	0,621
7	160/270/240/240/220	667,46	1600	1,052	180/270/200/240/160	604,34	3800	0,333
8	240/240/270/270/180	630,33	2800	0,559	200/270/200/240/240	678,45	1400	1,169
9	220/200/200/200/240	593,60	2600	0,621	160/240/220/220/200	578,83	2600	0,621
10	180/220/220/200/240	577,04	1800	0,947	200/270/220/200/270	661,90	1400	1,169
11	180/220/220/240/220	612,43	1400	1,169	200/200/220/200/300	618,41	1800	0,947
12	200/220/240/240/180	614,94	2600	0,621	200/200/220/220/240	596,88	1400	1,169
13	160/240/270/220/220	633,47	1600	1,052	160/270/240/240/180	637,63	2600	0,621
14	160/270/240/240/220	667,46	1600	1,052	180/240/240/220/240	641,95	1400	1,169
15	200/220/240/240/180	614,94	2600	0,621	200/200/220/220/240	596,88	1400	1,169
min	180/220/220/200/240	577,04	1400	0,408	160/240/220/220/200	578,83	1400	0,333
max	160/270/240/240/220	667,46	3400	1,169	200/270/200/240/240	678,45	3800	1,169
průměr		622,84	2280	0,772		619,62	1987	0,918

Tab. 5.16 – Výsledky optimalizace, simulované žihání

Pro navržený optimální rám s profily IPE160/220/200/220/160, který jsme získali optimalizací algoritmem DE jsou v tabulce 5.17 uvedeny návrhové vnitřní síly. V následující tabulce 5.18 pak uvádíme maximální využití jednotlivých prutů rámu.

Prut č.1				Prut č.4			
	N [kN]	Q [kN]	M [kNm]		N [kN]	Q [kN]	M [kNm]
N_{max}	291,20	12,80	12,90	N_{max}	3,73	52,17	57,01
Q_{max}	291,20	12,80	12,90	Q_{max}	3,73	52,17	57,01
M_{max}	291,20	12,80	12,90	M_{max}	3,73	52,17	57,01
Prut č.2				Prut č.5			
	N [kN]	Q [kN]	M [kNm]		N [kN]	Q [kN]	M [kNm]
N_{max}	3,70	52,23	57,07	N_{max}	291,20	12,80	12,90
Q_{max}	3,70	52,23	57,07	Q_{max}	291,20	12,80	12,90
M_{max}	3,70	52,23	57,07	M_{max}	291,20	12,80	12,90
Prut č.3							
	N [kN]	Q [kN]	M [kNm]				
N_{max}	621,36	0,03	0,07				
Q_{max}	621,36	0,03	0,07				
M_{max}	621,36	0,03	0,07				

Tab. 5.17 – Návrhové vnitřní síly pro optimum, absolutní hodnoty

Prut č.1					Prut č.4				
Tlak	Vzpěr	Smyk	Ohyb	Průhyb	Tlak	Vzpěr	Smyk	Ohyb	Průhyb
0,617	0,657	0,098	0,928	0,368	0,000	0,000	0,242	0,849	0,699
Prut č.2					Prut č.5				
Tlak	Vzpěr	Smyk	Ohyb	Průhyb	Tlak	Vzpěr	Smyk	Ohyb	Průhyb
0,000	0,000	0,242	0,849	0,699	0,617	0,657	0,098	0,928	0,368
Prut č.3									
Tlak	Vzpěr	Smyk	Ohyb	Průhyb					
0,929	0,965	0,000	0,014	0,001					

Tab. 5.18 – Využití prutů v nejvíce namáhaných průřezích

Pro průběhy vnitřních sil na navržené optimální konstrukci odkazujeme na přílohu č.6.

6. ZÁVĚR

Pro optimální návrh ocelové rámové konstrukce byl zpracován program v systému MATLAB R2007a, který je přiložen k této práci. Z časových důvodů a z důvodu složitosti algoritmicizace byla uvažována jen některá normová posouzení, která jsou uvedena v kapitole 2. V případě návrhových vnitřních sil jsme rovněž zavedli zjednodušení tak, že neuvažujeme kombinace zatěžovacích stavů a výpočet byl proveden pouze pro jeden zatěžovací stav bez součinitelů zatížení.

V této práci byl předveden princip návrhu konstrukce pomocí optimalizačních algoritmů, především pak způsoby zpracování omezujících podmínek. Důležitou součástí byla také problematika nastavení vstupních parametrů pro jednotlivé metody optimalizace.

Pro zapracování omezujících podmínek bylo využito penalizační funkce, jejíž parametry u dané úlohy vždy uvádíme. Pro porovnání byla zapracována formulace omezujících podmínek dle vícekriteriální optimalizace, která je založena na principu dominance. Uvažujeme-li výše uvedené metody pro zohlednění omezujících podmínek, dostáváme pro rám o jednom poli algoritmem simulovaného žíhání a diferenciální evoluce stejné výsledky pro optimum IPE180/220/180. Na základě těchto údajů usuzujeme, že penalizační funkce zde byla volena správně. Jestliže totéž porovnání provedeme při optimalizaci rámu o dvou polích algoritmem DE, vychází rovněž stejné výsledné hodnoty pro optimum v případě obou metod zohlednění omezujících podmínek, vypočtená kombinace profilů je IPE160/220/200/220/160.

Při podrobnějším porovnání výše uvedených metod pro zapracování omezujících podmínek dojdeme k závěru, že ačkoli jsme na zvolené sadě výpočtů našli pro obě metody stejné optimum, průměrná hodnota objektivní funkce pro optimální návrh, která byla získána algoritmem DE s omezujícími podmínkami dle vícekriteriální optimalizace, je v našem případě horší než průměrná hmotnost vypočtené optimální konstrukce s využitím penalizace. Pro zadané rámové konstrukce se jedná o rozdíl hmotnosti do 5%. I přes tento nedostatek pro nás stále zůstává výhodné použití této formulace z pohledu uživatelského, protože výsledný optimální návrh rámu není závislý na vhodné volbě penalizační funkce.

Porovnáme-li efektivnost algoritmu simulovaného žíhání a diferenciální evoluce, dojdeme k závěru, že pro zadanou úlohu a dané nastavení parametrů je diferenciální evoluce efektivnější, protože vyžaduje menší počet vyhodnocení objektivní funkce než

simulované žíhání. V případě rámu o dvou polích se dokonce metodou SA pro nastavené parametry uvedené v tabulce 5.13 vůbec nepodařilo nalézt optimum spočtené diferenciální evolucí, kde dostáváme výrazně lepší hodnoty objektivní funkce.

Problematictější hledání optima v případě algoritmu simulovaného žíhání je možné vidět nejen v nižší efektivnosti této metody v porovnání s diferenciální evolucí, ale také je potřeba uvážit možné nevhodné nastavení parametrů. Pro tento algoritmus bylo potřeba pracovat s větším počtem vstupních údajů nastavovaných empirickou cestou, u diferenciální evoluce máme podstatně méně parametrů s možností uvažovat doporučené hodnoty, které udává literatura, např. [10].

Pro praktické uplatnění evolučního návrhu rámové konstrukce by bylo potřeba více propracovat výpočet návrhových vnitřních sil s uvážením součinitelů zatížení a součinitelů kombinace zatěžovacích stavů, rozšíření databáze profilů by bylo rovněž v případě návrhu reálného rámu nutností. Dále by bylo potřeba více propracovat omezení pro navrhovanou konstrukci dle ČSN EN 1993-1-1 a zajistit pro daný typ konstrukce nastavení vstupních parametrů, v případě našeho rámu o jednom poli a dvou polích se jedná hlavně o dostatečný počet evolučních cyklů.

7. POUŽITÁ LITERATURA

- [1] A. Žouželková – Mathematical optimization, publikováno ve sborníku prací konference a soutěže student EEICT 2003, dostupné též z http://www.feec.vutbr.cz/EEICT/2003/fsbornik/99-CD/02-Mgr/04-Power_Electrical_Engineering/11-zouzelkova_alena.pdf
- [2] C. Fiala – Optimalizace železobetonového průřezu v environmentálních souvislostech, 4/2005, dostupné z http://www.ctislav.wz.cz/publ/CF_opti_1_www.pdf
- [3] P. Horyl – Inženýrské základy MKP, 2002, dostupné z http://www.337.vsb.cz/FILES/texty_PDF/Inz_zakl_MKP_2002.pdf
- [4] B. Patzák – studenské podklady pro přednášky z předmětu NAK1, dostupné z <https://mech.fsv.cvut.cz/cgi-bin/homeworks/student/course.pl?course=NAK1&login=guest>
- [5] B. Patzák – studenské podklady pro předmět NAK2, 6/2009, dostupné z <http://ksm.fsv.cvut.cz/~bp/download/>
- [6] Z. Bittnar, J. Šejnoha – Numerické metody mechaniky 1, vydavatelství ČVUT Praha, 1992
- [7] Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby (ČSN EN 1993-1-1)
- [8] P. Mayer – Moderní metody rozvrhování výroby (disertační práce), 2003, dostupné z <http://majer.czweb.org/scheduling/>
- [9] M. Lepš – Optimalizace železobetonového spojitého nosníku (diplomová práce), 5/2000, dostupné z <http://klobouk.fsv.cvut.cz/~leps/publications/pdf/diplomka.pdf>
- [10] I. Zelinka, Z. Oplatková, M. Šeda, P. Ošmera, F. Včelař – Evoluční výpočetní techniky - principy a aplikace, BEN – technická literatura, Praha 2009
- [11] V. Kvasnička, J. Pospíchal, P. Tiňo – Evoluční algoritmy, Vydavatelství STU, Bratislava 2000
- [12] J. Tvrdlík – Evoluční algoritmy (učební texty Přírodovědecké fakulty Ostravské univerzity), 2004, dostupné z http://prf.osu.cz/doktorske_studium/dokumenty/Evolutionary_Algorithms.pdf

- [13] J. Vandekerckhove - General simulated annealing algorithm, 2/2008, dostupné z <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/10548-general-simulated-annealing-algorithm>
- [14] Algoritmus diferenciální evoluce – dostupný z <http://www.icsi.berkeley.edu/~storn/DeMat.zip>
- [15] J. Dvořák – Vícekriteriální rozhodování, dostupné z www.uai.fme.vutbr.cz/~jdvorak/vyuka/osa/Vicekrit.ppt
- [16] Carlos A. Coello Cello – Constraint-handling using an evolutionary multiobjective optimization technique, Civil Engineering and Environmental Systems, 17.ročník, 4.vydání, str. 319 – 346, 2000 – dostupné také z <http://dx.doi.org/10.1080/02630250008970288>
- [17] T. Vraný, F.Wald – Ocelové konstrukce – tabulky, vydavatelství ČVUT, Praha 2005

8. PŘÍLOHY

PŘÍLOHA 1 – ZADÁNÍ PŘÍKLADU 2.13

```

%ZADÁNÍ KONSTRUKCE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%nastavíme počet topologických uzlů, prvků, stupňů volnosti v uzlech, počet
%uzlů prvku
toponnode = 3; toponelem=2; ndof=6; nelnode=2;
%nastavíme pole souřadnic topologických uzlů
topoxyz=[ 0, 0, 2.5;
          4, 0, 0;
          6, 0, 0;];

%podepření konstrukce (0 volný posun, 1 podpora)
topobc=[1,1,1,1,0,1;
        0,0,0,0,0,0;
        1,1,1,1,0,1];

%nastavíme pole topologických uzlů
topoelnode=[1 2;
            2 3];

%nastavíme počet uzlů vnitřního dělení prutu
ndiv=5;

%charakteristiky materiálu
E=210*10^9;
G=81*10^9;
fy=235*10^6;

%průřez typu IPE
IPE=[180;
     160];

%silové zatížení topol. uzlů - počet řádků musí odpovídat toponnode,
%počet sloupců odpovídá ndof, zatím jen v rovine XZ
ftopo=[0,0,0,0,0,0;
       0,0,0,0,0,0;
       0,0,0,0,0,0];

%spojité zatížení prutu ve směru globálních os na skutečnou délku, zatím
%jen spojité silové ve směru os X a Z
gtopo=[0,0,15000,0,0,0;
       0,0,15000,0,0,0];
%vlastní tíha (1 ano, 0 ne)
selfweight = 1;

%faktory pro vykreslování sil a deformací
factorf=30000;
factord=30;

```

PŘÍLOHA 2 – ZADÁNÍ RÁMU O JEDNOM POLI

```
%ZADÁNÍ KONSTRUKCE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%nastavíme počet topologických uzlů, prvků, stupňů volnosti v uzlech, počet
%uzlů prvku
toponnode = 4; toponelem=3; ndof=6; nelnode=2;
%nastavíme pole souřadnic topologických uzlů
topoxyz=[ 0, 0, 4;
          0, 0, 0;
          5, 0, 0;
          5, 0, 4];

%podepření konstrukce (0 volný posun, 1 podpora)
topobc=[1,1,1,1,1,1;
        0,0,0,0,0,0;
        0,0,0,0,0,0;
        1,1,1,1,1,1];

%nastavíme pole topologických uzlů
topoelnode=[1 2;
            2 3;
            3 4];

%nastavíme počet uzlů vnitřního dělení prutu
ndiv=5;

%charakteristiky materiálu
E=210*10^9;
G=81*10^9;
fy=235*10^6;

%průřez typu IPE
IPE=[180;
     220;
     180];

%silové zatížení topol. uzlů - počet řádků musí odpovídat toponnode,
%počet sloupců odpovídá ndof, zatím jen v rovine XZ
ftopo=[0,0,0,0,0,0;
       0,0,250000,0,0,0;
       0,0,250000,0,0,0;
       0,0,0,0,0,0];

%spojité zatížení prutu ve směru globálních os na skutečnou délku, zatím
%jen spojité silové ve směru os X a Z
gtopo=[-4500,0,0,0,0,0;
       0,0,20000,0,0,0;
       4500,0,0,0,0,0];
%vlastní tíha (1 ano, 0 ne)
selfweight = 1;

%faktory pro vykreslování sil a deformací
factorf=30000;
factord=30;
```

PŘÍLOHA 3 – ZADÁNÍ RÁMU O DVOU POLÍCH

ZADÁNÍ KONSTRUKCE

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%nastavíme počet topologických uzlů, prvků, stupňů volnosti v uzlech, počet
%uzlů prvku
```

```
toponnode = 6; toponelem=5; ndof=6; nelnode=2;
```

```
%nastavíme pole souřadnic topologických uzlů
```

```
topoxyz=[ 0, 0, 4;
          0, 0, 0;
          5, 0, 0;
          5, 0, 4;
          10, 0, 0;
          10, 0, 4];
```

```
%podepření konstrukce (0 volný posun, 1 podpora)
```

```
topobc=[1,1,1,1,1,1;
        0,0,0,0,0,0;
        0,0,0,0,0,0;
        1,1,1,1,1,1;
        0,0,0,0,0,0;
        1,1,1,1,1,1];
```

```
%nastavíme pole topologických uzlů
```

```
topoelnode=[1 2;
            2 3
            3 4
            3 5
            5 6];
```

```
%nastavíme počet uzlů vnitřního dělení prutu
```

```
ndiv=5;
```

```
%charakteristiky materiálu
```

```
E=210*10^9;
G=81*10^9;
fy=235*10^6;
```

```
%průřez typu IPE
```

```
IPE=[180;
     200;
     200;
     200;
     180];
```

```
%silové zatížení topol. uzlů - počet řádků musí odpovídat toponnode,
```

```
%počet sloupců odpovídá ndof, zatím jen v rovině XZ
```

```
ftopo=[0,0,0,0,0,0;
       0,0,250000,0,0,0;
       0,0,500000,0,0,0;
       0,0,0,0,0,0;
       0,0,250000,0,0,0;
       0,0,0,0,0,0];
```

```
%spojité zatížení prutu ve směru globálních os na skutečnou délku, zatím
```

```
%jen spojité silové ve směru os X a Z
```

```
gtopo=[-4500,0,0,0,0,0;
       0,0,20000,0,0,0;
       0,0,0,0,0,0;
       0,0,20000,0,0,0;
       4500,0,0,0,0,0];
```

```
%vlastní tíha (1 ano, 0 ne)
```

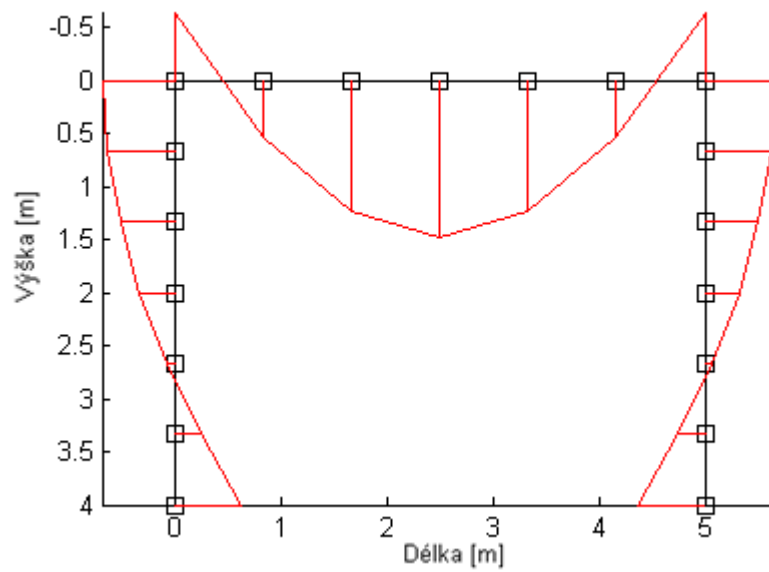
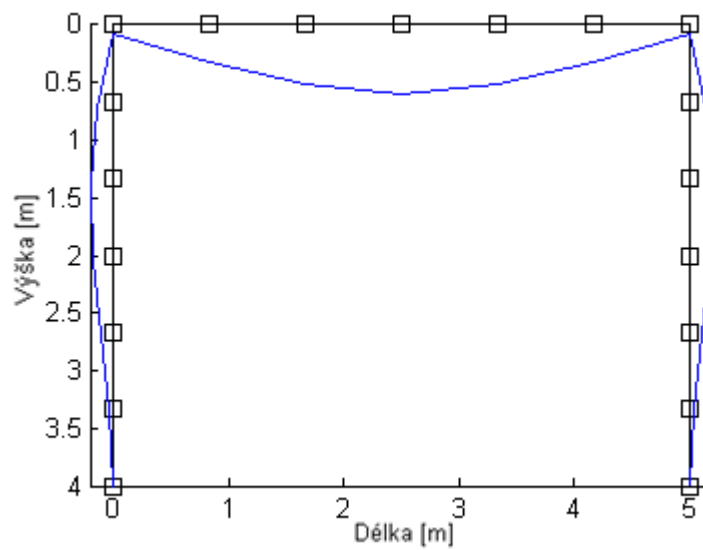
```
selfweight = 1;
```

```
%faktory pro vykreslování sil a deformací
```

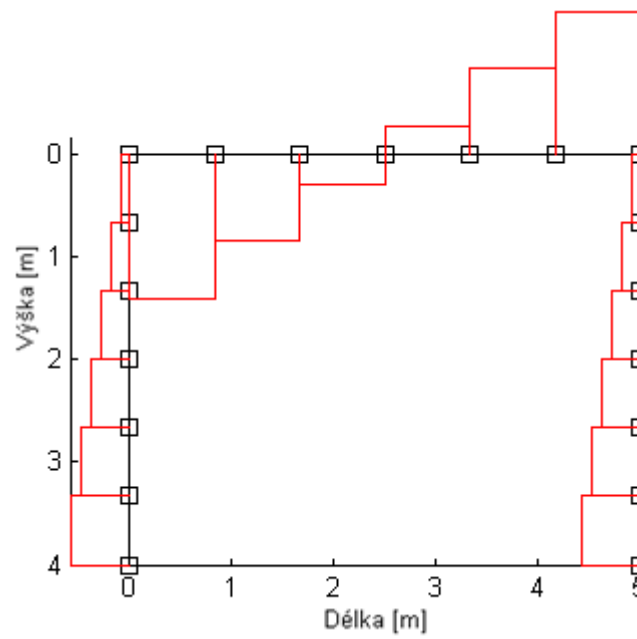
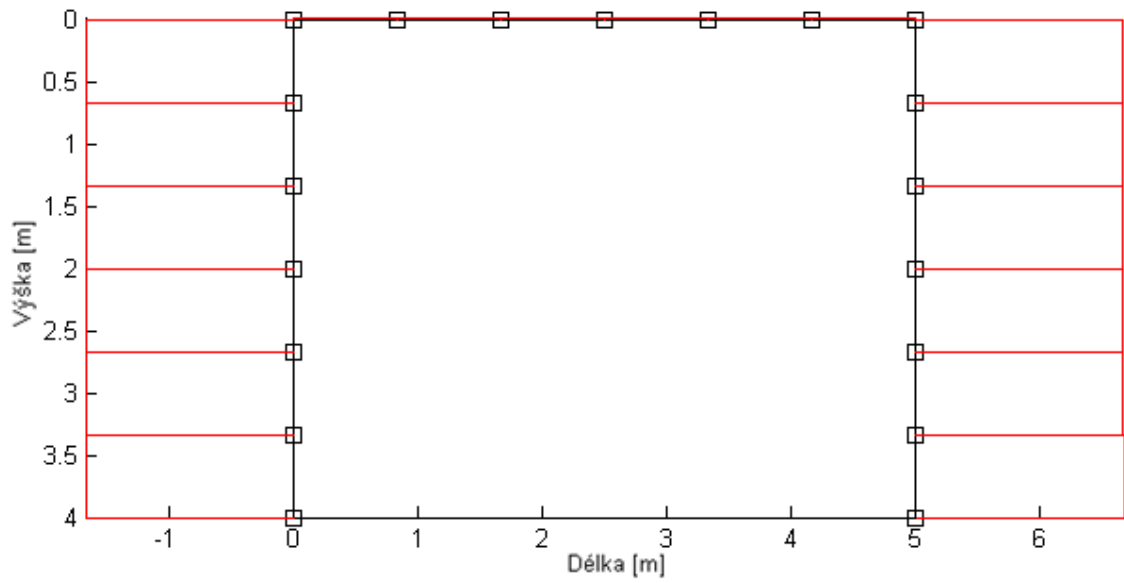
```
factorf=30000;
factord=30;
```

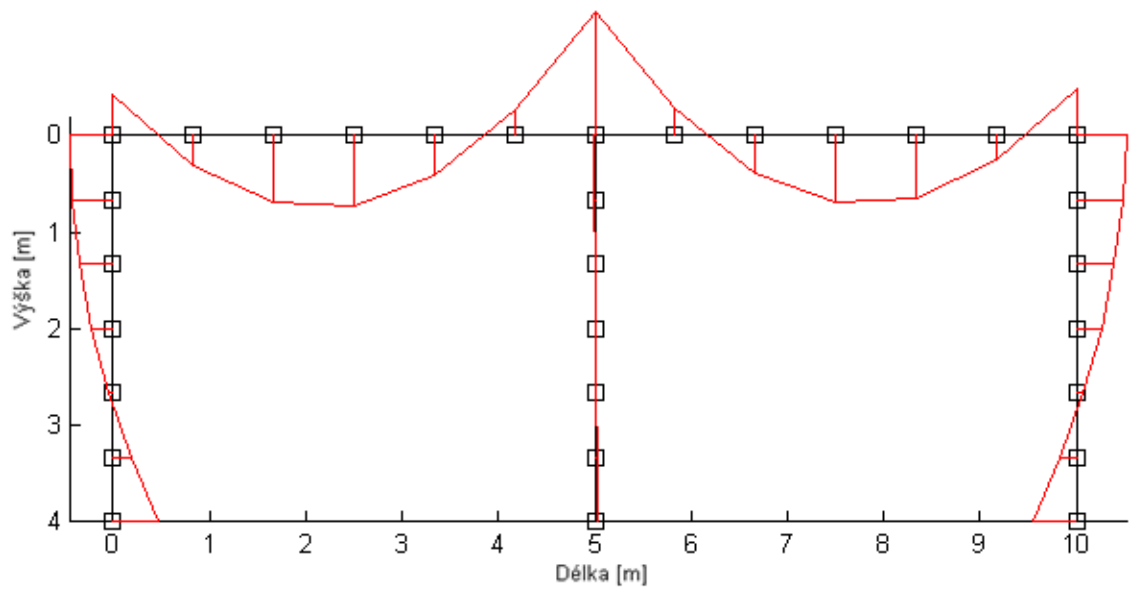
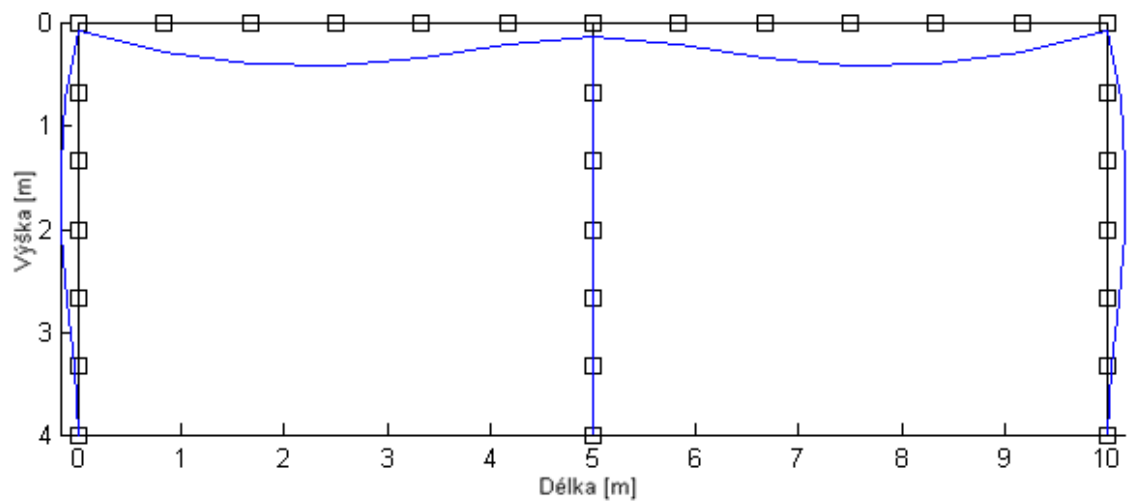
PŘÍLOHA 4 – VYSVĚTLENÍ PARAMETRŮ PRO OPTIMALIZAČNÍ ALGORITMY

SIMULOVANÉ ŽIHÁNÍ	
název parametru	vysvětlení
Inittemp	počáteční teplota systému
Stoptemp	minimální konečná teplota systému
CoolSched	pravidlo chlazení
MaxConsRej	maximální počet zamítnutých řešení
MaxTries	maximální počet vyhodnocení účelové funkce na jedné teplotě
MaxSucces	maximální počet úspěšných řešení na jedné teplotě
DIFERENCIÁLNÍ EVOLUCE	
název parametru	vysvětlení
I_D	počet parametrů objektivní funkce
I_NP	počet členů populace
F_weight	mutační konstanta
F_CR	parametr křížení
I_itermax	maximální počet generací

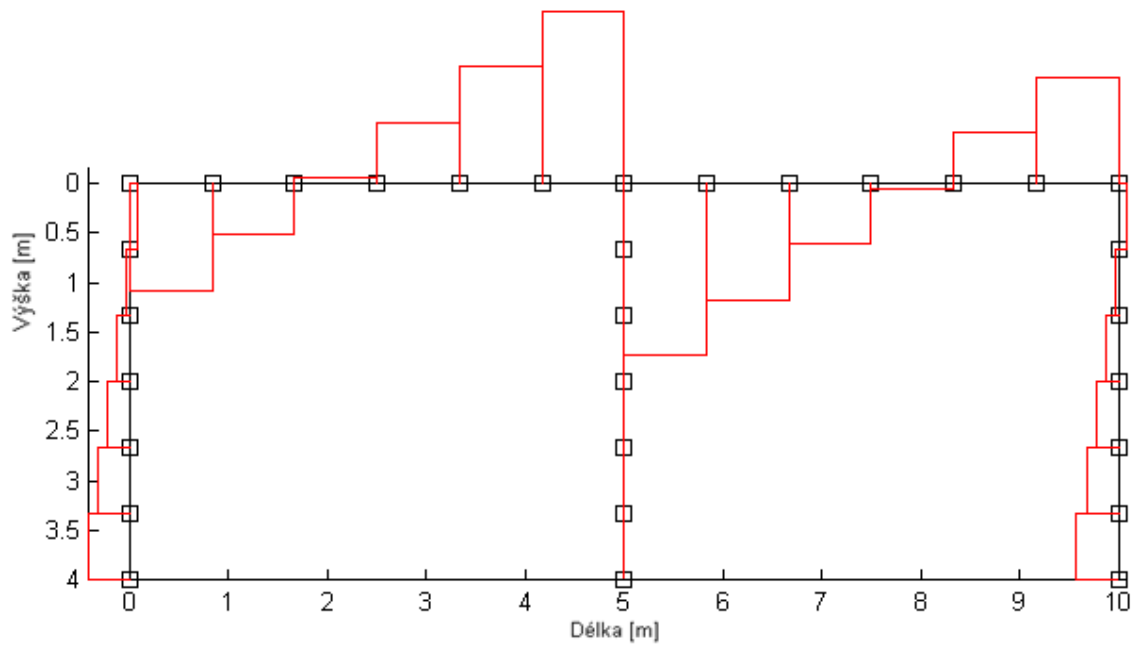
PŘÍLOHA 5 – PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL NA RÁMU O JEDNOM POLIObr. 8.5 – Průběhy momentu M_y 

Obr. 8.6 – Deformovaný tvar konstrukce

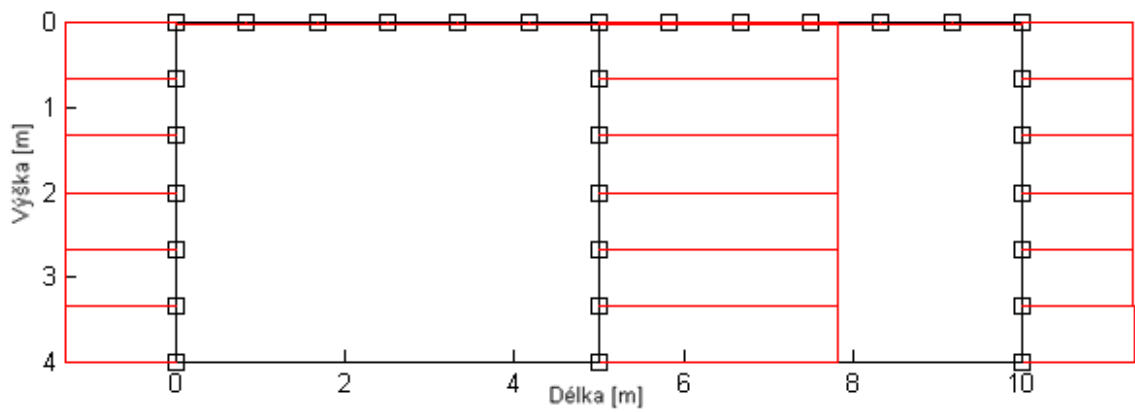
Obr. 8.7 – Průběhy posouvací síly Q_z Obr. 8.8 – Průběhy normálové síly N

PŘÍLOHA 6 – PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL NA RÁMU O DVOU POLÍCHObr. 8.9 – Průběhy momentu M_y 

Obr. 8.10 – Deformovaný tvar konstrukce



Obr. 8.11 – Průběhy posouvací síly Q_z



Obr. 8.12 – Průběhy normálové síly N

PŘÍLOHA 7 – CD

Na přiloženém CD se nachází program psaný v systému MATLAB R2007a. Spouštěcím souborem je beam_3d.m, ostatní soubory tvoří funkce využívané při běhu programu. V úvodu každé funkce se pak nachází komentář, který slouží k jejímu bližšímu vysvětlení.

Výpočet vnitřních sil byl připravován pro libovolné prutové konstrukce ve 3D, což je patrné ze zadávacích údajů v přílohách 1 až 3. Z časových důvodů však nebyl plně dokončen a funguje tudíž jen výpočet pro 2D, což je pro účely této práce dostačující.

PŘÍLOHA 8 – ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE